

## MODELAGEM MATEMÁTICA E A DETERMINAÇÃO DE UM NOVO MÉTODO DE CÁLCULO DO VOLUME VENTRICULAR

José Sérgio Domingues<sup>1</sup>  
Kálita Gonçalves da Fonseca<sup>2</sup>  
Marcela Carvalho Gonçalves<sup>3</sup>  
Alex Eduardo Andrade Borges<sup>4</sup>

### RESUMO

Nesse trabalho, apresenta-se uma das aplicações da modelagem matemática no sistema cardiovascular, a sua utilização na estimação do volume ventricular esquerdo - um parâmetro fundamental no diagnóstico de doenças cardíacas. Para isso, prepara-se um molde de um ventrículo esquerdo bovino, seu volume real é determinado e, então, comparado com os resultados obtidos por métodos matemáticos médicos e com um novo método proposto, baseado na integral de revolução de uma função polinomial específica. Os resultados preliminares indicam que o método proposto é mais eficiente que os métodos médicos, com diferença de apenas 3,5% do volume real.

**Palavras-chave:** Modelagem Matemática. Novo Método de Cálculo. Volume Ventricular.

## MATHEMATICAL MODELING AND THE DETERMINATION OF A NEW METHOD OF THE VENTRICULAR VOLUME CALCULATION

### ABSTRACT

In this work, we presented one of the applications of mathematical modeling to the cardiovascular system, its use in the estimation of the left ventricular volume, which is a basic parameter in the diagnosis of heart disease. To do that, a mold of a bovine left ventricle is prepared, its real volume is determined and then it is compared to the results achieved by medical mathematical methods and with a new proposed method, based on the integral of revolution of a specific polynomial function. Preliminary results indicate that the proposed method is more efficient than medical methods, with a difference of only 3.5% of the actual volume.

---

<sup>1</sup>Doutorando em Engenharia Mecânica/Bioengenharia pela Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG). Mestre em Modelagem Matemática e Computacional pelo CEFET MG. Professor do curso de Matemática do IFMG – Campus Formiga. E-mail: [sergio.domingues@ifmg.edu.br](mailto:sergio.domingues@ifmg.edu.br).

<sup>2</sup>Graduanda no curso de Licenciatura em Matemática do IFMG – Campus Formiga. E-mail: [kalitagf@hotmail.com](mailto:kalitagf@hotmail.com)

<sup>3</sup>Graduanda no curso de Licenciatura em Matemática do IFMG – Campus Formiga. E-mail: [marcelacg00@hotmail.com](mailto:marcelacg00@hotmail.com).

<sup>4</sup>Mestre em Matemática pela Universidade de São Paulo (USP). Professor do IFMG – Campus Formiga. E-mail: [alex.borges@ifmg.edu.br](mailto:alex.borges@ifmg.edu.br).

**Keywords:** Mathematical Modeling. New Calculation Method. Ventricular Volume.

## 1 INTRODUÇÃO

O volume ventricular esquerdo (VVE) está relacionado ao diagnóstico de várias doenças cardíacas, como hipertensão arterial, insuficiência cardíaca (IC) e uma das doenças mais severas para o coração, a Miocardiopatia Dilatada (MCD), caracterizada principalmente pela dilatação do ventrículo esquerdo, podendo levar o paciente ao quadro IC (GALRINHO et al., 2009; FERREIRA FILHO, 2012; MARTINS et al., 2008; DOMINGUES; BARBOSA; VALE, 2013).

Devido a essa importância, usa-se, nesse trabalho, um molde do ventrículo esquerdo bovino para analisar os modelos matemáticos destinados ao cálculo do VVE e comparar esses resultados com o resultado obtido em um novo Método Aqui Proposto (MAP). O coração bovino é usado devido à sua similaridade com corações humanos, distinguindo-se principalmente pelo tamanho e pela facilidade de obtenção. Espera-se que os resultados obtidos para eles possam ser também aplicados em humanos, o que motiva ainda mais esse trabalho.

O objetivo geral do projeto de iniciação científica registrado em nossa instituição é desenvolver modelos matemáticos de obtenção de VVE de bovinos com a utilização de métodos de interpolação e ajuste de pontos. O objetivo desse trabalho é apresentar essa análise para um molde, com um método de ajuste de pontos, e comparar os resultados com os métodos matemáticos médicos já utilizados em cardiologia.

## 2 MATERIAIS E MÉTODOS

As seguintes etapas foram necessárias: i) estudo do sistema cardiovascular, ii) estudo dos métodos de obtenção do molde ventricular, sua confecção, determinação das principais medidas e cálculo do seu volume real (VR), iii) análise dos principais métodos matemáticos médicos (Fig. 1), iv) obtenção do contorno ventricular, v) subdivisão do eixo das abscissas em partes iguais e obtenção dos pontos superiores determinados no contorno, vi) ajuste desses pontos por uma função polinomial de grau 6 e cálculo do volume do sólido de revolução gerado por essa curva.

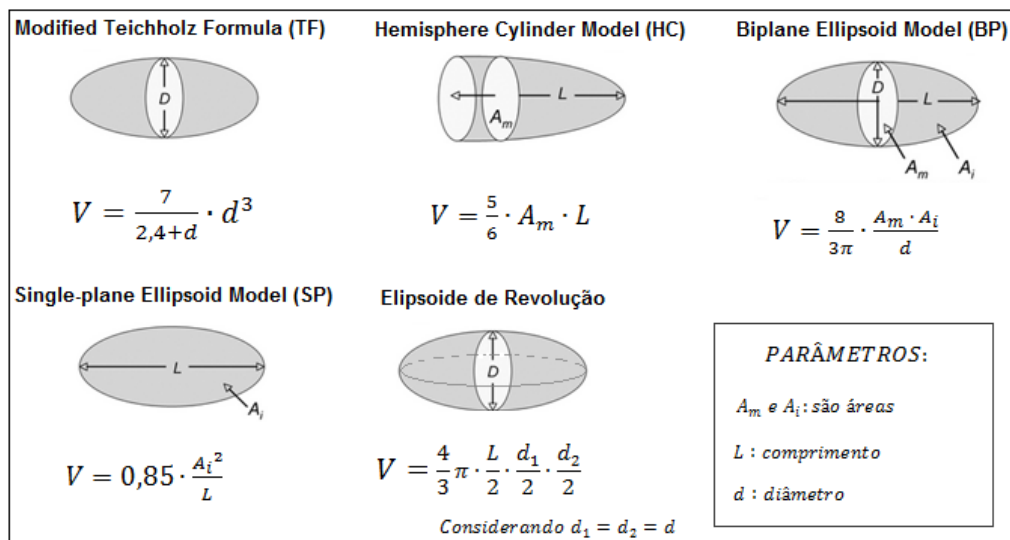


Figura 1 – Métodos Matemáticos Médicos  
 Fonte: Adaptado de Weijer et al., 2011.

Confeccionou-se o molde do ventrículo esquerdo de um bovino (Fig. 2), e seu VR, de valor 212,5 ml, foi calculado (pelo princípio de Arquimedes) seguindo os métodos descritos em Bezerra (1985). As medidas do molde foram obtidas utilizando-se um paquímetro universal, e através do corte do molde pelo plano transversal determinado pelos pontos médios aórtico e mitral e também pelo Apex, obteve-se o contorno ventricular, definido no plano cartesiano. A subdivisão do eixo das abscissas foi feita (29 partes iguais), e os pontos superiores do contorno foram determinados. Com esses dados, e utilizando o método dos mínimos quadrados em linguagem Matlab, foram calculados os coeficientes do polinômio de grau 6 que melhor se ajusta aos pontos obtidos (Eq. (1)).

$$p(x) = 0.00003x^6 + 0.0005x^5 + 0.0013x^4 - 0.0225x^3 - 0.1543x^2 + 0.1296x + 3.3712 \quad (1)$$

Por fim, utiliza-se a Eq. (2) para calcular o volume do sólido de revolução gerado pelo polinômio  $p(x)$  descrito na Eq. (1). Para isso, considera-se que  $p(x)$  está definido no intervalo  $[a, b] = [-8,8; 5,7]$ , cujas extremidades representam o menor e o maior valor do eixo das abscissas utilizados na determinação do polinômio. O valor obtido foi  $V = 205,11ml$ .

$$V = \pi \int_a^b [p(x)]^2 dx \quad (2)$$

Todos os métodos matemáticos médicos descritos na Fig. 1 foram implementados em linguagem Matlab, e as medidas do molde confeccionado alimentaram suas equações. Os resultados obtidos para o VVE pelos métodos matemáticos médicos e pelo MAP foram comparados com o valor do VR.

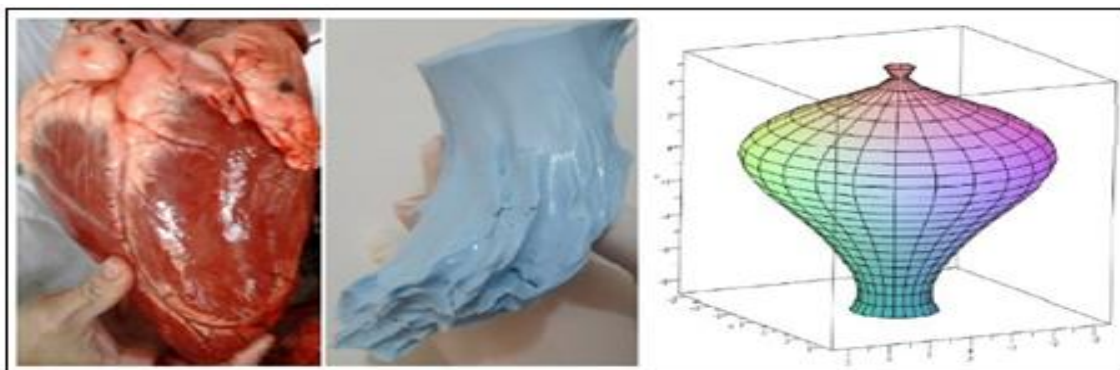


Figura 2 - Coração bovino, o molde confeccionado e o molde 3d feito em linguagem Maple®.  
Fonte: Elaborado pelos autores.

### 3 RESULTADOS

Para analisar os resultados obtidos através dos métodos matemáticos e do MAP, indicou-se o erro percentual referente a cada modelo, que podem ser visualizados na Tab. 1.

Tabela 1 - Diferença percentual entre os métodos matemáticos e o volume real do molde.

Métodos matemáticos	$D =  (VR - V)/VR  \cdot 100$
$V = \pi \int_a^b [p(x)]^2 dx$	3,5%
$V = \frac{7}{2,4 + d} \cdot d^3$	16,4%
$V = \frac{5}{6} AL$	40,9%
$V = \frac{8}{3\pi} \cdot \frac{A_m A_i}{d}$	12,7%
$V = 0,85 \cdot \frac{A_i^2}{L}$	12,7%
$V = \frac{4}{3} \pi \frac{L}{2} \cdot \frac{D_1}{2} \cdot \frac{D_2}{2}$	12,8%

Fonte: Elaborado pelos autores.

No Graf. 1, é possível visualizar os volumes encontrados, utilizando os métodos médicos, o método aqui proposto e o volume real do molde.

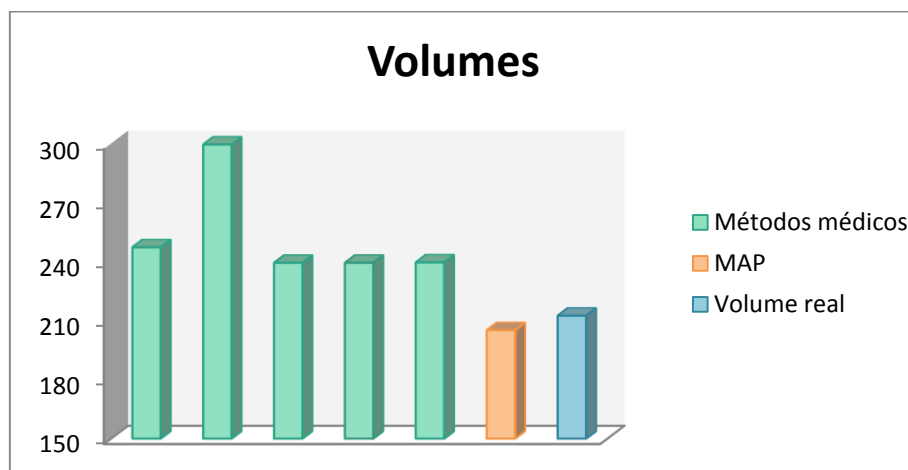


Gráfico 1- Comparação entre os diversos modelos matemáticos citados  
Fonte: Elaborado pelos autores.

O MAP apresentou maior concordância que os métodos matemáticos médicos, com diferença percentual de 3,5% em relação ao volume real, contra 12,7% de diferença nos melhores resultados obtidos pelos métodos médicos tradicionais.

#### 4 CONCLUSÃO

Os resultados preliminares indicam boa concordância da maioria dos métodos matemáticos médicos em relação ao VR e uma concordância notável para o MAP.

O maior diferencial do MAP em relação aos métodos matemáticos médicos é que esses, em sua grande maioria, utilizam como referencial para o cálculo do VVE, formas geométricas pré-definidas (elipsoide). Com isso, algumas características relativas à geometria ventricular, específicas para cada indivíduo, não são consideradas, implicando em maior margem de erro. No MAP, uma vez que se toma como referência todo o contorno ventricular superior, essas características são bem consideradas, permitindo maior proximidade do valor obtido com o valor real calculado. Contudo, é claro que essa é uma primeira análise, relativa a apenas um molde, e que, portanto, precisa de maior fundamentação matemática e estatística para ser realmente validada. Sendo assim, visando ao aperfeiçoamento do método, novas análises serão realizadas e as etapas, que até o momento foram feitas manualmente, serão implementadas computacionalmente para que sua utilização possa ser feita de maneira semiautomática.

**AGRADECIMENTO:** Os autores agradecem ao Programa Institucional de Bolsa de Iniciação Científica (PIBIC) do IFMG - Campus Formiga pelo apoio financeiro concedido.

## REFERÊNCIAS

BEZERRA, S. J. **Um modelo matemático para o cálculo do volume ventricular esquerdo.** 1985. 73f. Dissertação (Mestrado em Matemática Aplicada) – Instituto de Matemática, Estatística e Ciência da Computação, UNICAMP, Campinas, 1985.

DOMINGUES, J. S.; BARBOSA, M. P.; VALE, M. de P. **Mathematical Model for Partial Ventriculectomy.** In: IEEE PORTUGUESE MEETING IN BIOENGINEERING (ENBENG)., 3<sup>rd</sup>, 2013, Braga. **Proceedings...** Braga: [s.n.], 2013. DOI 10.1109/ENBENG.2013.6518422.

FERREIRA FILHO, P. R. P. F. Padrões de Hipertrofia e Geometria do Ventrículo Esquerdo pela Ecocardiografia Transtorácica. **Rev bras ecocardiogr imagem cardiovasc**, v. 25, n.2, p.103-115, 2012.

GALRINHO, A. et al. Volume da aurícula esquerda: um “velho” cálculo ecocardiográfico com uma importância prognóstica renovada. Um estudo em doentes com miocardiopatia dilatada. **Rev Port Cardiol**, v. 28, n.10, p.1049-1060, out.2009.

MARTINS, E. et al. Study Portuguese in dilated myocardiopathies Family. **Rev Port Cardiol**, v. 27, n.9, p. 1029-1042, set. 2008.

WEIJER, T. V. de et al. Geometrical models for cardiac MRI in rodents: comparison of qualification of left ventricular volumes and function by various geometrical models with a full-volume MRI data set in rodents. **Am J Physiol Heart Circ Physiol**. v. 302, p. H709 - H715, nov. 2011.

**Recebido em:** 16/11/2014

**Aprovado em:** 28/11/2014

**Publicado em:** 26/01/2015