

MODELAGEM MATEMÁTICA E A DETERMINAÇÃO DE UM NOVO MÉTODO DE CÁLCULO DO VOLUME VENTRICULAR

José Sérgio Domingues¹
Kálita Gonçalves da Fonseca²
Marcela Carvalho Gonçalves³
Alex Eduardo Andrade Borges⁴

RESUMO

Nesse trabalho, apresenta-se uma das aplicações da modelagem matemática no sistema cardiovascular, a sua utilização na estimação do volume ventricular esquerdo - um parâmetro fundamental no diagnóstico de doenças cardíacas. Para isso, prepara-se um molde de um ventrículo esquerdo bovino, seu volume real é determinado e, então, comparado com os resultados obtidos por métodos matemáticos médicos e com um novo método proposto, baseado na integral de revolução de uma função polinomial específica. Os resultados preliminares indicam que o método proposto é mais eficiente que os métodos médicos, com diferença de apenas 3,5% do volume real.

Palavras-chave: Modelagem Matemática. Novo Método de Cálculo. Volume Ventricular.

MATHEMATICAL MODELING AND THE DETERMINATION OF A NEW METHOD OF THE VENTRICULAR VOLUME CALCULATION

ABSTRACT

In this work, we presented one of the applications of mathematical modeling to the cardiovascular system, its use in the estimation of the left ventricular volume, which is a basic parameter in the diagnosis of heart disease. To do that, a mold of a bovine left ventricle is prepared, its real volume is determined and then it is compared to the results achieved by medical mathematical methods and with a new proposed method, based on the integral of revolution of a specific polynomial function. Preliminary results indicate that the proposed method is more efficient than medical methods, with a difference of only 3.5% of the actual volume.

¹Doutorando em Engenharia Mecânica/Bioengenharia pela Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG). Mestre em Modelagem Matemática e Computacional pelo CEFET MG. Professor do curso de Matemática do IFMG – Campus Formiga. E-mail: sergio.domingues@ifmg.edu.br.

²Graduanda no curso de Licenciatura em Matemática do IFMG – Campus Formiga. E-mail: kalitagf@hotmail.com

³Graduanda no curso de Licenciatura em Matemática do IFMG – Campus Formiga. E-mail: marcelacg00@hotmail.com.

⁴Mestre em Matemática pela Universidade de São Paulo (USP). Professor do IFMG – Campus Formiga. E-mail: alex.borges@ifmg.edu.br.

Keywords: Mathematical Modeling. New Calculation Method. Ventricular Volume.

1 INTRODUÇÃO

O volume ventricular esquerdo (VVE) está relacionado ao diagnóstico de várias doenças cardíacas, como hipertensão arterial, insuficiência cardíaca (IC) e uma das doenças mais severas para o coração, a Miocardiopatia Dilatada (MCD), caracterizada principalmente pela dilatação do ventrículo esquerdo, podendo levar o paciente ao quadro IC (GALRINHO et al., 2009; FERREIRA FILHO, 2012; MARTINS et al., 2008; DOMINGUES; BARBOSA; VALE, 2013).

Devido a essa importância, usa-se, nesse trabalho, um molde do ventrículo esquerdo bovino para analisar os modelos matemáticos destinados ao cálculo do VVE e comparar esses resultados com o resultado obtido em um novo Método Aqui Proposto (MAP). O coração bovino é usado devido à sua similaridade com corações humanos, distinguindo-se principalmente pelo tamanho e pela facilidade de obtenção. Espera-se que os resultados obtidos para eles possam ser também aplicados em humanos, o que motiva ainda mais esse trabalho.

O objetivo geral do projeto de iniciação científica registrado em nossa instituição é desenvolver modelos matemáticos de obtenção de VVE de bovinos com a utilização de métodos de interpolação e ajuste de pontos. O objetivo desse trabalho é apresentar essa análise para um molde, com um método de ajuste de pontos, e comparar os resultados com os métodos matemáticos médicos já utilizados em cardiologia.

2 MATERIAIS E MÉTODOS

As seguintes etapas foram necessárias: i) estudo do sistema cardiovascular, ii) estudo dos métodos de obtenção do molde ventricular, sua confecção, determinação das principais medidas e cálculo do seu volume real (VR), iii) análise dos principais métodos matemáticos médicos (Fig. 1), iv) obtenção do contorno ventricular, v) subdivisão do eixo das abscissas em partes iguais e obtenção dos pontos superiores determinados no contorno, vi) ajuste desses pontos por uma função polinomial de grau 6 e cálculo do volume do sólido de revolução gerado por essa curva.

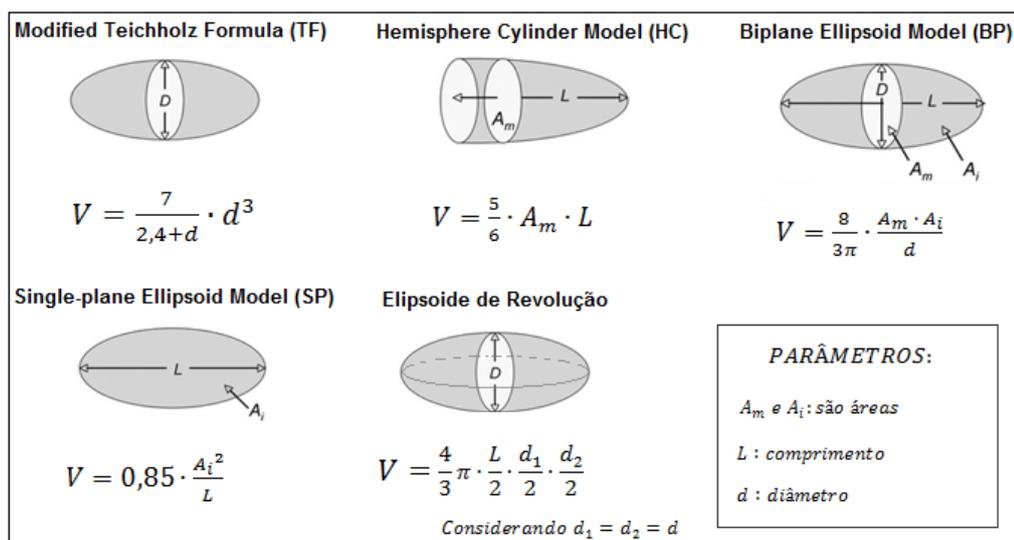


Figura 1 – Métodos Matemáticos Médicos
 Fonte: Adaptado de Weijer et al., 2011.

Confeccionou-se o molde do ventrículo esquerdo de um bovino (Fig. 2), e seu VR, de valor 212,5 ml, foi calculado (pelo princípio de Arquimedes) seguindo os métodos descritos em Bezerra (1985). As medidas do molde foram obtidas utilizando-se um paquímetro universal, e através do corte do molde pelo plano transversal determinado pelos pontos médios aórtico e mitral e também pelo Apex, obteve-se o contorno ventricular, definido no plano cartesiano. A subdivisão do eixo das abscissas foi feita (29 partes iguais), e os pontos superiores do contorno foram determinados. Com esses dados, e utilizando o método dos mínimos quadrados em linguagem Matlab, foram calculados os coeficientes do polinômio de grau 6 que melhor se ajusta aos pontos obtidos (Eq. (1)).

$$p(x) = 0.00003x^6 + 0.0005x^5 + 0.0013x^4 - 0.0225x^3 - 0.1543x^2 + 0.1296x + 3.3712 \quad (1)$$

Por fim, utiliza-se a Eq. (2) para calcular o volume do sólido de revolução gerado pelo polinômio $p(x)$ descrito na Eq. (1). Para isso, considera-se que $p(x)$ está definido no intervalo $[a, b] = [-8,8; 5,7]$, cujas extremidades representam o menor e o maior valor do eixo das abscissas utilizados na determinação do polinômio. O valor obtido foi $V = 205,11ml$.

$$V = \pi \int_a^b [p(x)]^2 dx \quad (2)$$

Todos os métodos matemáticos médicos descritos na Fig. 1 foram implementados em linguagem Matlab, e as medidas do molde confeccionado alimentaram suas equações. Os resultados obtidos para o VVE pelos métodos matemáticos médicos e pelo MAP foram comparados com o valor do VR.

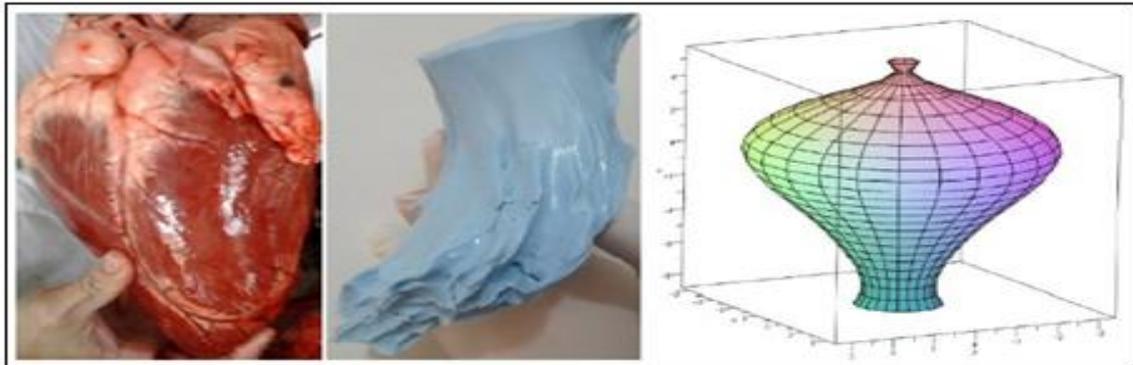


Figura 2 - Coração bovino, o molde confeccionado e o molde 3d feito em linguagem Maple®.
 Fonte: Elaborado pelos autores.

3 RESULTADOS

Para analisar os resultados obtidos através dos métodos matemáticos e do MAP, indicou-se o erro percentual referente a cada modelo, que podem ser visualizados na Tab. 1.

Tabela 1 - Diferença percentual entre os métodos matemáticos e o volume real do molde.

Métodos matemáticos	$D = (VR - V)/VR \cdot 100$
$V = \pi \int_a^b [p(x)]^2 dx$	3,5%
$V = \frac{7}{2,4 + d} \cdot d^3$	16,4%
$V = \frac{5}{6} AL$	40,9%
$V = \frac{8}{3\pi} \cdot \frac{A_m A_i}{d}$	12,7%
$V = 0,85 \cdot \frac{A_i^2}{L}$	12,7%
$V = \frac{4}{3} \pi \frac{L}{2} \cdot \frac{D_1}{2} \cdot \frac{D_2}{2}$	12,8%

Fonte: Elaborado pelos autores.

No Graf. 1, é possível visualizar os volumes encontrados, utilizando os métodos médicos, o método aqui proposto e o volume real do molde.

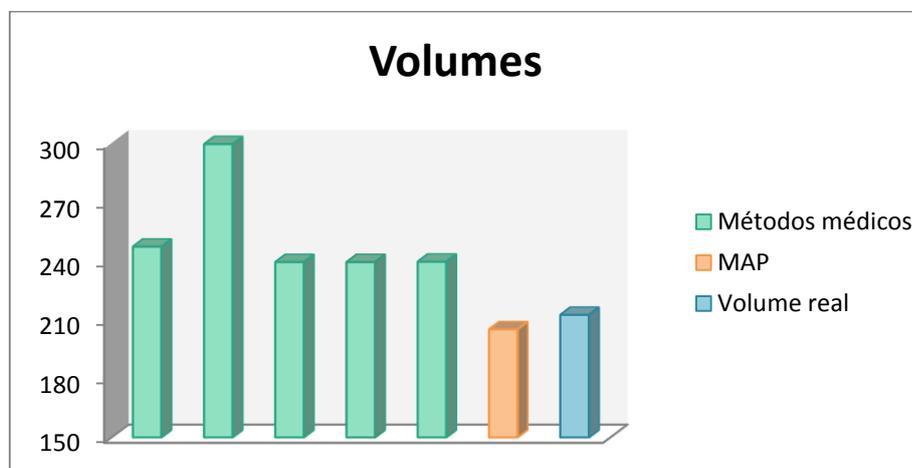


Gráfico 1- Comparação entre os diversos modelos matemáticos citados
Fonte: Elaborado pelos autores.

O MAP apresentou maior concordância que os métodos matemáticos médicos, com diferença percentual de 3,5% em relação ao volume real, contra 12,7% de diferença nos melhores resultados obtidos pelos métodos médicos tradicionais.

4 CONCLUSÃO

Os resultados preliminares indicam boa concordância da maioria dos métodos matemáticos médicos em relação ao VR e uma concordância notável para o MAP.

O maior diferencial do MAP em relação aos métodos matemáticos médicos é que esses, em sua grande maioria, utilizam como referencial para o cálculo do VVE, formas geométricas pré-definidas (elipsoide). Com isso, algumas características relativas à geometria ventricular, específicas para cada indivíduo, não são consideradas, implicando em maior margem de erro. No MAP, uma vez que se toma como referência todo o contorno ventricular superior, essas características são bem consideradas, permitindo maior proximidade do valor obtido com o valor real calculado. Contudo, é claro que essa é uma primeira análise, relativa a apenas um molde, e que, portanto, precisa de maior fundamentação matemática e estatística para ser realmente validada. Sendo assim, visando ao aperfeiçoamento do método, novas análises serão realizadas e as etapas, que até o momento foram feitas manualmente, serão implementadas computacionalmente para que sua utilização possa ser feita de maneira semiautomática.

AGRADECIMENTO: Os autores agradecem ao Programa Institucional de Bolsa de Iniciação Científica (PIBIC) do IFMG - Campus Formiga pelo apoio financeiro concedido.

REFERÊNCIAS

BEZERRA, S. J. **Um modelo matemático para o cálculo do volume ventricular esquerdo.** 1985. 73f. Dissertação (Mestrado em Matemática Aplicada) – Instituto de Matemática, Estatística e Ciência da Computação, UNICAMP, Campinas, 1985.

DOMINGUES, J. S.; BARBOSA, M. P.; VALE, M. de P. **Mathematical Model for Partial Ventriculectomy.** In: IEEE PORTUGUESE MEETING IN BIOENGINEERING (ENBENG)., 3rd, 2013, Braga. **Proceedings...** Braga: [s.n.], 2013. DOI 10.1109/ENBENG.2013.6518422.

FERREIRA FILHO, P. R. P. F. Padrões de Hipertrofia e Geometria do Ventrículo Esquerdo pela Ecocardiografia Transtorácica. **Rev bras ecocardiogr imagem cardiovasc**, v. 25, n.2, p.103-115, 2012.

GALRINHO, A. et al. Volume da aurícula esquerda: um “velho” cálculo ecocardiográfico com uma importância prognóstica renovada. Um estudo em doentes com miocardiopatia dilatada. **Rev Port Cardiol**, v. 28, n.10, p.1049-1060, out.2009.

MARTINS, E. et al. Study Portuguese in dilated myocardiopathies Family. **Rev Port Cardiol**, v. 27, n.9, p. 1029-1042, set. 2008.

WEIJER, T. V. de et al. Geometrical models for cardiac MRI in rodents: comparison of qualification of left ventricular volumes and function by various geometrical models with a full-volume MRI data set in rodents. **Am J Physiol Heart Circ Physiol**. v. 302, p. H709 - H715, nov. 2011.

Recebido em: 16/11/2014

Aprovado em: 28/11/2014

Publicado em: 26/01/2015