

ANÁLISE DAS TAXAS DE INFRAESTRUTURA DAS ESCOLAS ESTADUAIS DA REGIÃO SUDESTE COM UTILIZAÇÃO DA ELIPSE DE CONFIANÇA¹

Rodnei Alves Marques²

RESUMO

As infraestruturas das escolas públicas têm se tornado uma grande área de estudo nos últimos anos, principalmente por serem um fator que pode contribuir para um melhor aprendizado dos alunos. A presente proposta procura dar uma contribuição para essa área oferecendo uma ferramenta auxiliar às análises descritivas para comparar taxas municipais de infraestruturas escolares da região Sudeste. Para isso, propõe-se a utilização da elipse de confiança. Este recurso provou ser uma alternativa viável para a análise de indicadores, oferecendo uma ferramenta gráfica de fácil compreensão e superando as limitações das análises descritivas.

Palavras-chave: Estatística Descritiva. Elipse de Confiança. Taxa de Infraestrutura Escolar.

ANALYSIS OF INFRASTRUCTURE RATES OF PUBLIC SCHOOLS IN THE SOUTHEAST REGION USING CONFIDENCE ELLIPSE

ABSTRACT

The infrastructure of public schools has become a significant area of study in recent years, primarily because it can contribute to better student learning. This proposal aims to contribute to this area by providing an auxiliary tool for descriptive analysis to compare municipal rates of school infrastructures in the Southeast region. For this purpose, the use of confidence ellipses is proposed. This resource has proven to be a viable alternative for indicator analysis, providing a graphically accessible tool, while also overcoming the limitations of descriptive analyses.

Keywords: Scholl Infrastructure. Confidence Ellipse. Indicators of Infrastructure.

¹ **Como citar este artigo:**

MARQUES, R. A. Análise das taxas de infraestrutura das escolas estaduais da região sudeste com utilização da elipse de confiança. **ForScience**, Formiga, v. 13, n. 2, e001341, jul./dez. 2025. DOI: 10.29069/forscience.2025v13n2.e1341.

² **Autor para correspondência:** Rodnei Alves Marques, rodnei.marques@ifmg.edu.br

1 INTRODUÇÃO

As infraestruturas e os recursos aplicados nas escolas têm sido tema de estudos nos últimos anos, devido principalmente à sua importância no aprendizado do aluno. De acordo com [Vasconcelos et al. \(2021\)](#), a implementação de uma boa infraestrutura pelo município influencia diretamente a qualidade do ensino. Os dados foram coletados entre os anos de 2007 e 2017, os autores abordaram a capacidade do município de aplicar efetivamente os recursos financeiros destinados à educação. No entanto, [Sátyro e Soares \(2007\)](#) constataram que, entre os anos de 1997 e 2005, houve uma melhora na infraestrutura das escolas brasileiras, porém não repercutiu na retenção e, conseqüentemente, no aprendizado dos alunos.

Em Minas Gerais, não é diferente. De acordo com [Duarte e Braga \(2019\)](#), as infraestruturas nas escolas estaduais mineiras são um fator que promove desigualdade social e, por consequência, um obstáculo à justiça social. A partir das análises, eles argumentam que é evidente a interdependência entre a estrutura física das escolas e o contexto socioeconômico em que estão inseridas. Notaram que as regiões com maiores carências socioeconômicas são também aquelas onde as escolas enfrentam os desafios mais significativos em termos de infraestrutura.

Esse padrão sugere que as instituições de ensino nessas áreas precisam lidar com a tarefa adicional de compensar as deficiências de capital cultural dos alunos, e isso frequentemente reflete-se na precariedade das instalações escolares. Concluem que as escolas mineiras estão longe de ter infraestrutura adequada para o desenvolvimento de uma educação de qualidade, apesar dos avanços alcançados nos últimos anos.

Uma proposta para mensurar a infraestrutura escolar foi feita por [Neto et al. \(2013\)](#), na qual os autores propõem, na forma de uma escala, classificar as escolas brasileiras em níveis elementar, básico, adequado ou avançado. A escala foi construída com base na teoria da resposta ao item e em informações obtidas no censo escolar de 2011. Os autores concluem que a proposta de escala permite análises para comparar as desigualdades existentes nas escolas brasileiras.

O presente trabalho se apresenta como uma contribuição para essa área de estudo ao oferecer, além das análises descritivas, uma ferramenta auxiliar para comparar as taxas municipais de infraestrutura escolar dos estados da região Sudeste do Brasil. Para isso, é proposta a utilização da elipse de confiança como uma forma alternativa de visualização das taxas de infraestrutura escolar.

Em termos gerais, a elipse de confiança é amplamente utilizada na análise estatística e interpretada como uma região elipsoidal que contém a estimativa do parâmetro estudado, sendo muito aplicada na análise multivariada de dados correlacionados. [Husson, Lê e Pagès \(2005\)](#) utilizaram a elipse de confiança para analisar dados sensoriais em chocolates amargos. Os au-

tores argumentaram que ela permite uma leitura mais completa porque oferece uma abordagem gráfica da significância da diferença entre os produtos estudados.

Os dados utilizados nas análises provêm do Censo Escolar de 2023, disponível no portal do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP, 2023). Para avaliação foram consideradas as seguintes instalações: auditório, banheiro, cozinha, refeitório, almoxarifado, salas dos diretores e dos professores, assim como as infraestruturas básicas estabelecidas pelo projeto de Lei nº 5.288, de 2019 (BRASIL, 2019).

Inicialmente, foram feitas análises descritivas das taxas municipais de infraestrutura escolar dos estados do Sudeste. Posteriormente, gerou-se a elipse de confiança das taxas de infraestrutura e seus respectivos desvios padrão com a utilização do pacote de ferramentas *Confidence.Ellipse* criado por Goueguel (2024). Por fim, com seus elementos, foram feitas as análises adicionais.

O Rio de Janeiro apresentou uma taxa de infraestrutura superior em comparação com os outros estados da região Sudeste, caracterizando-se por uma taxa maior com variação reduzida, o que sugere uma distribuição mais uniforme das infraestruturas escolares. Ademais, a elipse de confiança revelou-se uma opção a ser considerada durante a análise das infraestruturas escolares, levando em conta as restrições inerentes às análises descritivas.

Os dados das taxas de infraestrutura escolar por município foram analisados com o auxílio do *software* R. O artigo está organizado da seguinte forma: na Seção 2, é apresentada uma Revisão de Literatura com citações de trabalhos que utilizaram a elipse de confiança para análise; na Seção 3, são abordados os Materiais e os Métodos, com apresentação dos dados e da metodologia adotada; na Seção 4, são expostos os Resultados e as Discussões, com apresentação das estatísticas descritivas e análises com o auxílio da elipse de confiança; por fim, na Seção 5, são apresentadas as Considerações Finais.

2 REVISÃO DE LITERATURA

Nesta seção, serão apresentadas algumas propriedades que podem ajudar na análise da elipse de confiança, tais como a definição matemática, sua equação transladada e rotacionada por um certo ângulo, a excentricidade e a área.

2.1 Equações e Fatores da Elipse de Confiança

Na análise multivariada, a elipse é amplamente usada para analisar as incertezas contidas em estimativas, como médias e desvios padrão. A parte interna de uma elipse de confiança representa uma certa proporção de observações com base na distribuição dos dados analisados, e sua área pode variar de acordo com o nível de confiança.

A utilização da elipse de confiança permite fornecer, de forma mais dinâmica, uma representação gráfica da variabilidade e das incertezas associadas às variáveis em estudo ou a um modelo estatístico. Ela é frequentemente usada para ilustrar a variabilidade dos resultados.

Uma elipse é uma figura geométrica plana que pode ser obtida pela interseção de um plano com um cone reto. De acordo com Santos (2006), uma elipse é definida pela distância entre seus focos da seguinte forma:

Definição: Uma elipse é um conjunto de pontos $P = (x, y)$ no plano tais que a soma das distâncias de P a dois pontos fixos F_1 e F_2 , chamados focos, é constante. Ou seja, se $dist(F_1, F_2) = 2c$, então a elipse é o conjunto de pontos $P(x, y)$ tais que

$$dist(P, F_1) + dist(P, F_2) = 2a \quad (1)$$

Considerando o eixo maior da elipse na direção do eixo coordenado X, com centro na origem $C = (0, 0)$ e os focos, $F_1 = (-c, 0)$ e $F_2 = (c, 0)$, sua equação pode ser escrita, utilizando a definição (1), da seguinte forma:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (2)$$

em que:

- $2a$ é o eixo maior
- $2b$ é o eixo menor
- $a^2 = b^2 + c^2$.

Quando o centro da elipse é deslocado para um ponto $C = (k, h)$, todos os pontos da elipse são transladados horizontalmente por k unidades e verticalmente por h unidades em relação à sua posição original. Assim, as novas coordenadas dos pontos da elipse serão $P' = (x + k, y + h)$. Sua equação, com centro no ponto $C = (k, h)$ e focos $F_1 = (k - c, h)$ e $F_2 = (k + c, h)$, pode ser escrita, utilizando a definição (1), como:

$$\frac{(x - k)^2}{a^2} + \frac{(y - h)^2}{b^2} = 1 \quad (3)$$

em que $a^2 = b^2 + c^2$.

A rotação de uma elipse é uma operação que consiste em girar a elipse em torno de um ponto fixo um determinado ângulo θ . Essa operação pode ser realizada por meio de uma transformação linear.

$$X' = AX \quad (4)$$

em que X é uma matriz com as coordenadas iniciais da elipse, X' a matriz com suas novas coordenadas e

$$A = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (5)$$

a matriz rotação de um ângulo θ , (DELGADO; FRENSEL; CRISSAFF, 2013). Logo, as novas coordenadas dos pontos P de uma elipse rotacionada de um ângulo θ serão:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \cos \theta - y \sin \theta \\ x \sin \theta + y \cos \theta \end{bmatrix} \quad (6)$$

Em decorrência disso, a equação de uma elipse transladada horizontalmente por k unidades, verticalmente por h unidades, rotacionada por um ângulo θ em relação ao seu centro $C = (k, h)$ e com focos $F_1 = (k - c \cos \theta, h - c \sin \theta)$ e $F_2 = (k + c \cos \theta, h + c \sin \theta)$, pode ser escrita, utilizando a definição (1), da seguinte forma:

$$\frac{[(x - k) \cos \theta + (y - h) \sin \theta]^2}{a^2} + \frac{[(y - h) \cos \theta - (x - k) \sin \theta]^2}{b^2} = 1 \quad (7)$$

em que $a^2 = b^2 + c^2$.

De maneira equivalente, todas as equações podem ser deduzidas considerando o eixo maior da elipse na direção do eixo coordenado Y .

A excentricidade é uma medida importante na elipse; ela pode informar o nível de achatamento da elipse em relação a um círculo perfeito. Matematicamente, é representada pela letra e e pode ser calculada conforme a equação (8) a seguir:

$$e = \frac{c}{a} \quad (8)$$

A excentricidade pode variar entre zero e um. Valores próximos de zero indicam que a elipse é próxima de um círculo, enquanto valores próximos de um indicam que a elipse se torna mais alongada e menos semelhante a um círculo.

Por fim, outra medida que pode ser útil ao analisar uma elipse de confiança é a sua área, que pode ser calculada pela fórmula:

$$A = a b \pi \quad (9)$$

A área de uma elipse pode ser interpretada como a área de um círculo que teria semieixos de mesmo comprimento. Ou seja, $A = r r \pi = \pi r^2$. Ela é construída em torno de uma estimativa pontual (por exemplo, a média) e, assim, capta uma determinada porcentagem na variabilidade desse fator. Portanto, quanto maior a área da elipse de confiança, maiores serão as incertezas nas estimativas dos parâmetros de interesse.

3 METODOLOGIA

A pesquisa em questão adota uma abordagem quantitativa de caráter descritivo, buscando quantificar e examinar as Taxas Municipais de Infraestrutura Escolar (TMIE) da região Sudeste do Brasil por meio de análises descritivas e da utilização da elipse de confiança. Assim, é possível compreender características, padrões e relações entre essas taxas.

As informações foram obtidas por meio da base de dados do Censo Escolar de 2023, disponível no site do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP, 2023). Foram selecionadas, além das infraestruturas básicas indicadas no projeto de Lei nº 5.288 de 2019, as seguintes instalações: almoxarifado, auditório, banheiro, cozinha, refeitório e salas de diretores e professores.

As variáveis analisadas são binárias, indicando zero para a ausência e um para a presença de uma determinada infraestrutura física. Primeiro, calculou-se a porcentagem de infraestruturas disponíveis em cada escola pública estadual da região Sudeste. Para isso, contou-se quantas das infraestruturas estudadas estavam presentes em cada escola e, em seguida, dividiu-se esse número pelo total de infraestruturas analisadas. Assim, obteve-se a taxa de presença de infraestruturas por escola. Logo após, foram calculados a média e o desvio padrão por município dessas taxas, obtendo-se a Taxa Municipal de Infraestrutura Escolar (TMIE). Foram realizadas análises descritivas e também análises com a elipse de confiança por estado da região Sudeste.

As análises descritivas das TMIE, separadas por estado da região Sudeste, foram feitas com o auxílio de histogramas, *box plots* e gráficos de dispersão, utilizando o pacote *ggplot 2* do *software R*.

Após isso, procedeu-se à geração dos pontos das elipses de confiança para cada estado da região Sudeste utilizando o pacote *Confidence.Ellipse*. Foram obtidas as equações que descrevem essas elipses de confiança por meio da aplicação de regressão não linear. Em seguida, os principais elementos das elipses foram estimados, e análises adicionais foram realizadas com base nessas estimativas.

Ao concluir as análises, as Taxas Municipais de Infraestrutura Escolar (TMIE) na região Sudeste foram confrontadas e examinadas por meio de métodos estatísticos descritivos, assim como parâmetros derivados das elipses de confiança. Adicionalmente, foi realizada uma discussão sobre as limitações naturais dos métodos descritivos e os benefícios evidenciados ao utilizar as elipses de confiança como ferramenta analítica.

As análises foram feitas com utilização do *software R* (R CORE TEAM, 2024), com emprego dos pacotes de ferramentas *ggplot2* (WICKHAM, 2016), *Matrix* (BATES; MAECHLER; JAGAN, 2024), *Ellipse* (MURDOCH; CHOW, 2023), *Confidence. Ellipse* (GOUQUEL, 2024) e *Testthatmulti* (ERICKSON, 2024).

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Nesta seção, serão apresentadas discussões sobre as Taxas Municipais de Infraestrutura Escolar (TMIE) das escolas públicas estaduais da região Sudeste do Brasil. Para isso, foram utilizados, além das análises descritivas, os parâmetros da elipse de confiança ao nível de 95% de confiança.

4.1 Análise das Taxas de Infraestrutura Escolar

A análise descritiva de dados desempenha um papel essencial em todas as etapas da pesquisa e da tomada de decisões, fornecendo *insights* valiosos que podem orientar ações futuras e melhorar o entendimento sobre as infraestruturas escolares. Na Figura 1, são apresentados os histogramas e *box plot* das Taxas Municipais de Infraestrutura Escolar da região Sudeste do Brasil.

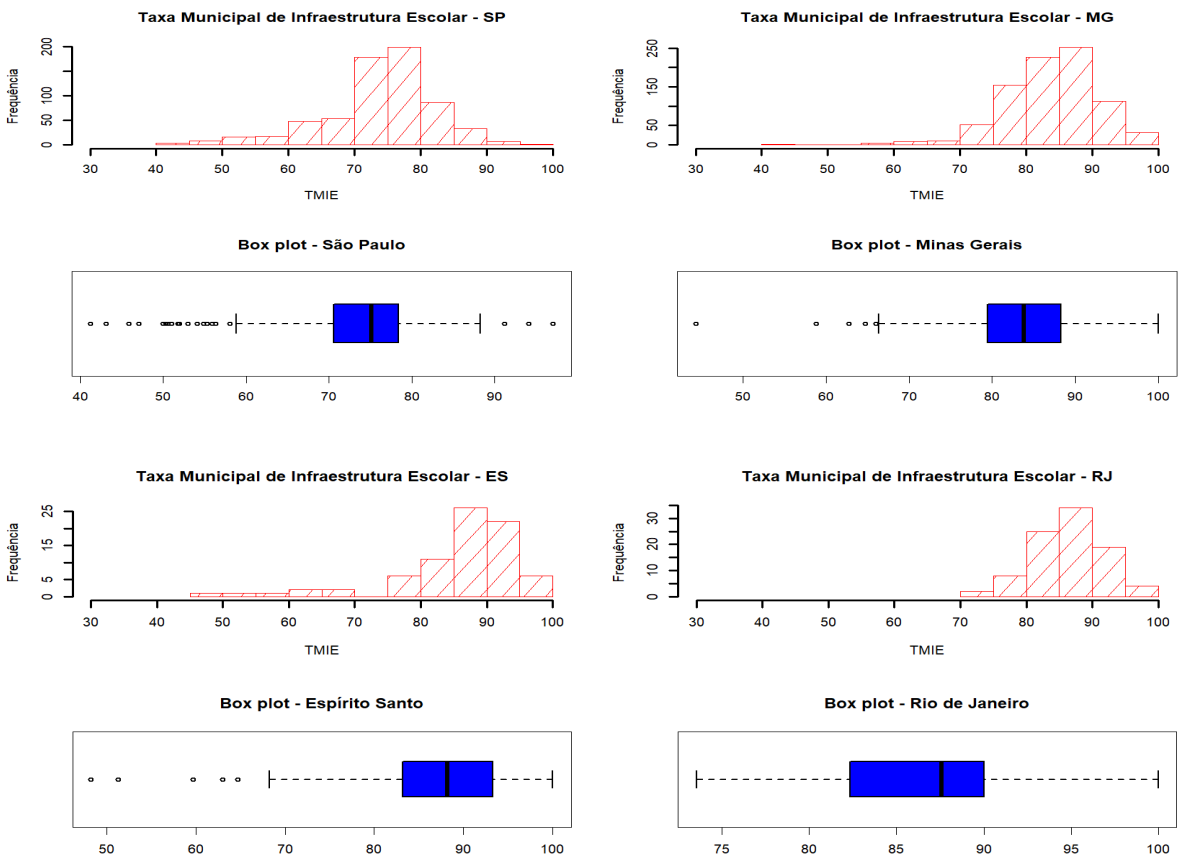


Figura 1 – Histograma e *Box plot* das Taxas Municipais de Infraestrutura Escolar da Região Sudeste
Fonte: Elaboração dos autores.

A partir de uma inspeção visual dos histogramas das TMIE, apresentados na Figura 1, observa-se uma descentralização dos dados, mostrando uma distribuição assimétrica à esquerda, principalmente nos estados de São Paulo, Minas Gerais e Espírito Santo. Ou seja, as taxas mais frequentes (moda) são maiores do que a mediana (Q2) e também a média. Na prática, isso significa que a maior parte dos municípios tem TMIE superior à média estadual. As estatísticas descritivas, apresentadas na Tabela 1, demonstram que o estado do Rio de Janeiro possui a maior média da região Sudeste e também um desvio padrão inferior aos demais. Além disso, aproximadamente metade dos municípios fluminenses apresenta taxas entre 82,35% e 89,97%, sugerindo uma distribuição homogênea que sinaliza melhores infraestruturas nas escolas estaduais do estado do Rio de Janeiro.

Também pode ser observado, pela análise do *box plot* (Figura 1) e pelos valores de Q1 e Q3 (Tabela 1), que 75% dos municípios paulistas, mineiros, capixabas e cariocas possuem TMIE superior a 70,58%, 79,41%, 83,30% e 82,35%, respectivamente, confirmando o bom desempenho da região Sudeste em relação à infraestrutura básica escolar das escolas estaduais.

Tabela 1 – Medidas Descritivas das TMIE - região Sudeste

UF	Média	D.P	C.V	Q1	Q2	Q3
SP	73,68	8,30	0,11	70,58	75,16	78,43
MG	84,02	7,37	0,08	79,41	83,82	88,23
ES	86,01	9,96	0,11	83,30	88,23	93,03
RJ	86,55	5,30	0,06	82,35	87,58	89,97

Fonte: Elaboração dos autores.

O coeficiente de variação (CV) é utilizado para comparar a dispersão dos dados com médias diferentes. Os dados de infraestrutura escolar da região Sudeste mostram uma concentração maior das taxas em torno da média, comprovada pelos baixos coeficientes de variação (Tabela 1). Nota-se que os estados de São Paulo e Espírito Santo possuem o mesmo coeficiente de variação (CV); no entanto, o Espírito Santo apresenta uma TMIE maior, o que sugere uma infraestrutura escolar superior à de São Paulo.

Exceto no Rio de Janeiro, nos demais estados da região Sudeste, percebe-se a presença de valores muito baixos de TMIE (*outliers*), os quais distorcem as médias para valores inferiores. Isso afetou a variabilidade dos dados e, conseqüentemente, influenciou a interpretação do coeficiente de variação, que é sensível a distribuições assimétricas. A seguir serão apresentadas, na Tabela 2, as menores porcentagens de infraestrutura disponível nas escolas públicas estaduais da região Sudeste.

Tabela 2 – Percentual de infraestruturas existentes - região Sudeste

UF	Al	Ad	Bi	Li	Qu	Re	Lc	Ac
SP	67,3	9,0	7,0	76,7	86,9	54,1	21,6	42,9
MG	46,8	19,8	95,4	91,8	73,5	92,7	30,8	77,6
ES	83,1	39,9	78,7	53,2	72,3	84,1	54,4	89,2
RJ	79,6	59,4	67,2	63,8	82,7	90,7	44,5	88,9

(Al) Almojarifado, (Ad) Auditório, (Bi) Biblioteca, (Li) Laboratório Informática

(Qu) Quadra Poliesportiva, (Re) Refeitório, (Lc) Laboratório Ciências, (Ac)

Acessibilidade

Fonte: Elaboração dos autores

A maioria das escolas públicas estaduais na região Sudeste possui infraestruturas essenciais, como água potável, energia, rede de esgoto, coleta de lixo, cozinha, banheiro, sala de professores, sala de direção e internet, presentes em mais de 90% delas. No entanto, conforme indicado na Tabela 2, algumas infraestruturas são menos comuns. O dado mais preocupante é o baixo percentual de escolas no estado de São Paulo que possuem bibliotecas (Bi), apenas 7%. Isso está em desacordo com o projeto de Lei nº 5.288 de 2019, que determina que todas as escolas públicas e privadas do Brasil devem ter bibliotecas com profissionais bibliotecários. Percebe-se também o baixo percentual de escolas estaduais do Sudeste que possuem auditório (Ad).

Além disso, nota-se que há uma deficiência a ser corrigida em relação aos laboratórios de informática (Li), laboratórios de ciências (Lc), quadras poliesportivas (Qu) e acessibilidade (Ac), que também são exigidos pelo PL nº 5.288. Em seguida, serão apresentadas a construção e as análises das Taxas de Infraestrutura Escolar Municipais da região Sudeste e seus desvios-padrão, com a utilização dos elementos da elipse de confiança (Figura 2).

Os pontos da elipse de confiança foram gerados com o auxílio do *software R* e a utilização do pacote de ferramentas *Confidence.Ellipse*. Após a geração dos pontos, foram realizadas regressões não lineares para obter as equações das elipses de confiança, conforme descrito na equação (7), das TMIE da região Sudeste. Ao analisar as equações, foi possível extrair os principais elementos das elipses, conforme mostrado na Tabela 3, os quais são úteis para a análise das Taxas Municipais de Infraestrutura Escolar na região Sudeste do Brasil.

Tabela 3 – Elementos das elipses de confiança - região Sudeste

UF	a	b	c	Centro	Excentricidade	Área	Inclinação
SP	35,07	19,22	29,33	(6,69 – 73,73)	0,84	674,34 π	–47,04°
MG	27,63	17,15	21,66	(4,96 – 84,07)	0,78	473,99 π	–61,23°
ES	41,31	16,31	37,95	(8,97 – 86,08)	0,92	673,93 π	–53,47°
RJ	16,84	13,03	10,68	(8,67 – 86,58)	0,63	219,49 π	–63,24°

Fonte: Elaboração dos autores (a) Semieixo maior, (b) Semieixo menor, (c) Distância focal

Cada ponto do gráfico (Figura 2) representa a média e o desvio padrão da TMIE das escolas públicas estaduais de um determinado município da região Sudeste. Ao todo, são 645 cidades paulistas, 852 mineiras, 78 capixabas e 92 cariocas com escolas públicas estaduais. Portanto, exceto Minas Gerais, com 853 municípios, todos os outros estados dispõem de pelo menos uma escola estadual. Foi analisado um total de 10.905 escolas estaduais, distribuídas da seguinte forma: 5.751 em SP, 3.460 em MG, 409 no ES e 1.285 no RJ. Destaca-se que, nos dados, em alguns municípios, a média e o desvio padrão são idênticos. Isso é especialmente observado quando o município possui apenas uma escola estadual e todas as infraestruturas básicas em análise, resultando em uma média de 100 e desvio padrão zero.

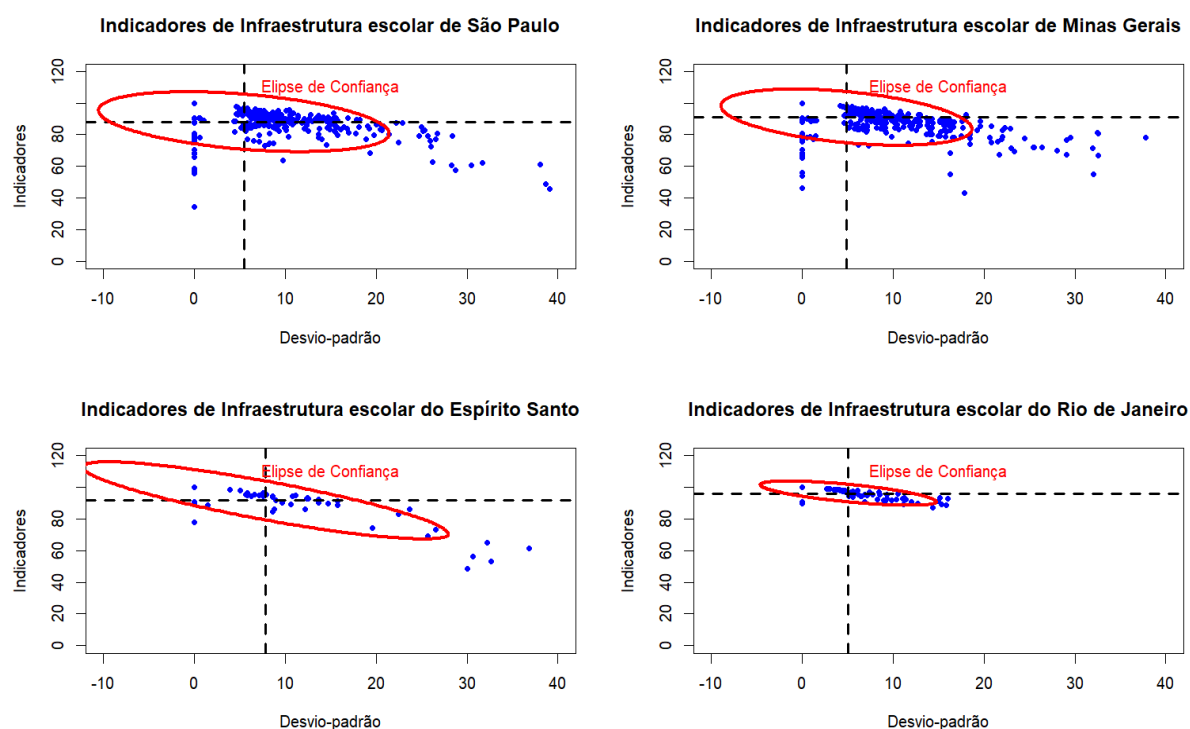


Figura 2 – Elipse de confiança para as Taxas de Infraestrutura das escolas estaduais da região Sudeste

Fonte: Elaboração dos autores

O centro da elipse de confiança corresponde à média das TMIE e à média dos desvios-padrão municipais (Tabela 3), o que também pode ser observado no gráfico (Figura 2), pelo encontro das linhas pontilhadas horizontal e vertical. Portanto, quanto mais à esquerda e acima o centro da elipse estiver no gráfico, melhor posicionado estará o estado em relação à TMIE.

Essa interpretação também pode ser feita ao analisar as inclinações negativas das elipses (Tabela 3) e suas formas alongadas (Figura 2), que demonstram uma correlação entre os parâmetros da média da TMIE e seus desvios-padrão, mostrando que, geralmente, médias maiores

possuem menor desvio-padrão. Essa correlação é evidenciada também pelas excentricidades das elipses que são mais próximas de um. Observa-se ainda que, com as formas alongadas das elipses, há menor variabilidade entre as médias das TMIE e maior variabilidade entre os desvios padrão.

As elipses foram construídas com 95% de confiança. Assim, os municípios na parte interna são aqueles cujas TMIE estão próximas da média de seu estado. Por outro lado, a elipse de confiança ajuda a identificar mais claramente quais municípios estão fora, indicando que esses municípios precisam de mais atenção em políticas públicas voltadas para a infraestrutura escolar.

Outras análises comparáveis também foram realizadas por [Mendes *et al.* \(2023\)](#), que utilizou a elipse de confiança para analisar a precisão na medição de concentração de emulsões de água em óleo (W/O). Nesse trabalho, foram utilizados a média e o coeficiente de variação para a construção da elipse de confiança. Os autores concluíram que a elipse de confiança é de grande relevância na análise estatística, pois fornece uma representação gráfica robusta e fácil da variabilidade e das incertezas associadas aos parâmetros estimados.

Como já observado nas análises descritivas, o estado do Rio de Janeiro apresenta uma infraestrutura básica superior à dos demais estados da região Sudeste, o que também pode ser comprovado pelos elementos das elipses (Tabela 3). Os centros das elipses mostram que a nota média do estado é a maior, além de apresentar um menor desvio-padrão, ou seja, maior homogeneidade das infraestruturas escolares. Os valores dos parâmetros a e b são os menores, revelando menor variabilidade nas médias das TMIE e nos desvios-padrão.

Todas as elipses possuem inclinação negativa, o que permite compará-las pela sua área. Ou seja, quanto menor a área, melhor é a situação da taxa municipal de infraestrutura, o que comprova mais uma vez que o estado do Rio de Janeiro está em melhor situação na região Sudeste, conforme a Tabela 3.

De acordo com [Morettin e Bussab \(2017\)](#), uma medida de localização ou dispersão é considerada resistente quando é pouco afetada por mudanças em uma pequena porção dos dados. Assim como a média, a variância (ou o desvio-padrão) é uma boa medida quando a distribuição dos dados é aproximadamente normal. Entretanto, os dados das Taxas Municipais de Infraestrutura Escolar não se enquadram nesse caso, como mostrado no gráfico de simetria na Figura 3.

Na Figura 3, são apresentados os gráficos de simetria propostos por [Morettin e Bussab \(2017\)](#), nos quais se observa que a maioria dos pontos estão acima da reta $u = v$, comprovando a assimetria à direita da distribuição das Taxas de Infraestrutura Escolar da região Sudeste.

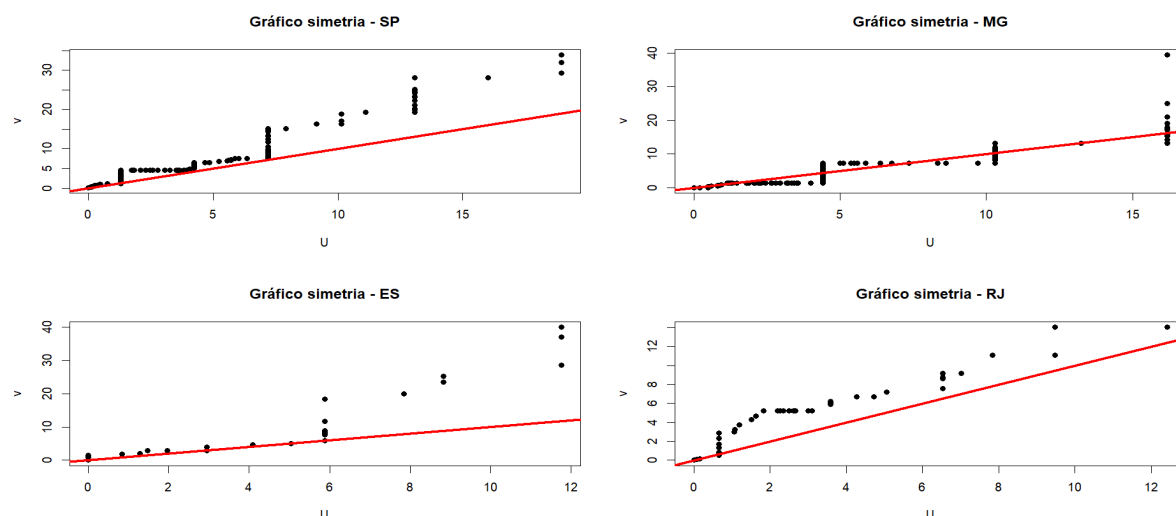


Figura 3 – Gráfico de simetrias

Fonte: Elaboração dos autores

Portanto, a presente proposta pode ser uma alternativa às limitações do coeficiente de variação, que é derivado do desvio-padrão, quando se analisam dados assimétricos. Ela se apresenta como uma alternativa gráfica para visualizar qual conjunto de dados está em uma situação mais favorável. Em outras palavras, quanto mais a elipse de confiança estiver deslocada para a esquerda e para cima, melhores serão as infraestruturas das escolas estaduais daquele estado. Além disso, é igualmente benéfico quando os dados exibem uma média próxima de zero, o que também afeta o cálculo do coeficiente de variação. A seguir, serão apresentadas as considerações finais deste trabalho.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A proposta apresentada oferece uma alternativa para analisar as infraestruturas das escolas estaduais em cada município da região Sudeste, utilizando, além das análises descritivas, a elipse de confiança. O estado do Rio de Janeiro mostrou uma taxa média de infraestrutura superior à dos demais estados da região Sudeste e com baixa variabilidade, tanto nas análises descritivas quanto na análise dos parâmetros das elipses. Portanto, dispõe de infraestruturas escolares melhores e mais homogêneas.

As análises também mostraram que algumas infraestruturas importantes, como acessibilidade, bibliotecas, laboratórios de ciências, auditórios e almoxarifados, necessitam de mais atenção por parte das secretarias estaduais de educação da região Sudeste. Investimentos devem ser realizados para adequar-se ao PL nº 5.288 de 2019.

Por fim, a elipse de confiança demonstrou ser uma alternativa relevante para as análises

das infraestruturas escolares, considerando as limitações das análises descritivas e do coeficiente de variação, que é muito afetado por dados assimétricos. A elipse de confiança é especialmente útil em termos visuais, facilitando as análises de maneira mais simplificada e dinâmica, e permitindo identificar com maior clareza e precisão os municípios que estão muito distantes da média estadual das Taxas Municipais de Infraestrutura Escolar.

REFERÊNCIAS

BATES, D.; MAECHLER, M.; JAGAN, M. **Matrix**: Sparse and dense matrix classes and methods. [s.n.], 2024. R package version 1.7-0. Acesso em: 31 jul. 2025. Disponível em: <https://CRAN.R-project.org/package=Matrix>.

BRASIL. **Pl nº 5.288, de 2019**. 2019. Acesso em: 31 jul. 2025. Disponível em: <https://www.congressonacional.leg.br/materias/materias-bicamerais/-/ver/pl-5288-2019>.

DELGADO, J.; FRENSEL, K.; CRISSAFF, L. **Geometria Analítica**. Rio de Janeiro: SBM, 2013.

DUARTE, M. R. T.; BRAGA, D. S. Desigualdades educacionais como obstáculo à justiça social: análise da infraestrutura de escolas de Minas Gerais. **Revista Espaço Pedagógico**, v. 26, n. 3, p. 795–814, 2019.

ERICKSON, C. **Testthatmulti**: Testing for r packages with multiple attempts for noisy tests. [S.l.], 2024. R package version 0.1.0. Acesso em: 31 jul. 2025. Disponível em: <https://CRAN.R-project.org/package=testthatmulti>.

GOUEGUEL, C. L. **Confidence Ellipse**: Computation of 2d and 3d elliptical joint confidence regions. [S.l.], 2024. R package version 1.0.0. Acesso em: 31 jul. 2025. Disponível em: <https://CRAN.R-project.org/package=ConfidenceEllipse>.

HUSSON, F.; LÊ, S.; PAGÈS, J. Confidence ellipse for the sensory profiles obtained by principal component analysis. **Food Quality and Preference**, Elsevier, v. 16, n. 3, p. 245–250, 2005.

INEP. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **Censo Escolar**, 2023. Acesso em: 31 jul. 2025. Disponível em: <https://www.gov.br/inep/pt-br/aceso-a-informacao/dados-abertos/microdados>.

MENDES, R. R. A. *et al.* Aplicação da Elipse de Confiança como Apoio à Análise de Precisão na Medição de Concentração de Emulsões de água em óleo (w/o). 2023. Acesso em: 31 jul. 2025. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/375052613>.

MORETTIN, P.; BUSSAB, W. **Estatística básica**. São paulo: Saraiva. 2017.

MURDOCH, D.; CHOW, E. D. **Ellipse**: Functions for drawing ellipses and ellipse-like confidence regions. [S.l.], 2023. R package version 0.5.0. Acesso em: 31 jul. 2025. Disponível em: <https://CRAN.R-project.org/package=ellipse>.

NETO, J. J. S. *et al.* Uma escala para medir a infraestrutura escolar. **Estudos em Avaliação Educacional**, v. 24, n. 54, p. 78–99, 2013. Acesso em: 31 jul. 2025. Disponível em: <http://educa.fcc.org.br/scielo.php?lng=pt>.

R CORE TEAM. **R**: A language and environment for statistical computing. Vienna, Austria, 2024. Acesso em: 31 jul. 2025. Disponível em: <https://www.R-project.org/>.

SANTOS, R. J. **Um curso de geometria analítica e álgebra linear**: Belo horizonte: Imprensa universitária da ufmg. [s.n.], 2006. Acesso em: 31 jul. 2025. Disponível em: <http://www.mat.ufmg.br/~regi>.

SÁTYRO, N.; SOARES, S. S. D. A infra-estrutura das escolas brasileiras de ensino fundamental: um estudo com base nos censos escolares de 1997 a 2005. INSTITUTO DE PESQUISA ECONÔMICA APLICADA - Ipea, [S.I.], 2007.

VASCONCELOS, J. C. *et al.* Infraestrutura escolar e investimentos públicos em educação no brasil: a importância para o desempenho educacional. **Ensaio**, Fundação Cesgranrio, v. 29, n. 113, p. 874–898, 2021. Avaliação e Políticas Públicas em Educação.

WICKHAM, H. **ggplot2**: Elegant graphics for data analysis. New York: Springer, 2016. Acesso em: 31 jul. 2025. Disponível em: <https://ggplot2.tidyverse.org>.

DADOS DO AUTOR:

Rodnei Alves Marques

E-mail: rodnei.marques@ifmg.edu.br

Curriculum Lattes: <http://lattes.cnpq.br/4173660058765943>

Licenciado em Matemática pela Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG), Bacharel em estatística pela Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP), Mestrado Profissional em Matemática pela Universidade Federal de Lavras (UFLA), curso de Formação Didática em Matemática pelo CIEP (Centre international d'études Pédagogiques - França), doutor em Estatística pela Universidade Federal de Lavras (UFLA). Experiência na área de Matemática com ênfase em Álgebra e Cálculo, na área da Estatística com ênfase em Séries Temporais e Transformações Wavelets. Atualmente professor do Instituto Federal de Minas Gerais - Campus Santa Luzia, com atuação nos cursos: Bacharelado em Engenharia Civil, Técnico em Edificações, Técnico em Segurança do Trabalho e Técnico em Paisagismo.