ForSCIENCE
ISSN: 2318-6356
DOI: 10.29069/forscience.2019v7n1.e614
Recebido em: 27/12/2018
Aprovado em: 01/05/2019
Publicado em: 17/09/2019

REPLICAÇÃO DE TRABALHO

O USO DE DOBRADURAS NO ENSINO DE GEOMETRIA: UMA EXPERIÊNCIA NO ESTUDO DOS SÓLIDOS DE PLATÃO[1]

Lúcia Helena Costa Braz[2]
Álida Rinara Souza Morais
Clara Coimbra de Freitas Alves
Thayná Pereira Vieira

RESUMO

O presente trabalho apresenta o relato de uma experiência sobre a utilização de dobraduras como recurso didático para o ensino de geometria na Educação Básica, vivenciada em um minicurso. A atividade teve como objetivo principal construir os Sólidos de Platão por meio de dobraduras, buscando, ao longo das construções, relembrar conceitos vistos em geometria plana e que são importantes no estudo da geometria espacial, além de estudar elementos básicos dos Sólidos, como número e tipo de faces, número de arestas e vértices e a Relação de Euler. A atividade foi desenvolvida com alunos dos 3ºs anos do Ensino Médio de uma escola pública da rede federal da cidade de Formiga (MG). Os resultados mostraram que o uso de dobraduras em sala de aula com uma abordagem investigativa possibilitou um trabalho lúdico da geometria, a motivação dos alunos para a aprendizagem, a participação ativa durante o desenvolvimento da atividade, a socialização entre os colegas e a mudança na postura do docente que, de detentor do conhecimento passou a mediador da aprendizagem dos alunos (experiência vivenciada pelas pesquisadoras envolvidas na atividade).

Palavras-chave: Geometria. Sólidos de Platão. Origami. Investigação matemática.

1 INTRODUÇÃO

Estamos inseridos em um universo repleto de formas geométricas. Elas estão na arte, na natureza, nas edificações, ou seja, os elementos da geometria estão muito presentes no nosso cotidiano e, segundo Chaves (2013), são utilizados de forma prática desde o tempo dos antigos egípcios, em especial, para medir terrenos e realizar construções. A autora também destaca que, em particular, a geometria espacial possui diversas aplicações práticas, mas relata

[1] **Como citar este artigo:** BRAZ, Lúcia Helena Costa; MORAIS, Álida Rinara Souza; ALVES, Clara Coimbra de Freitas; VIEIRA, Thayná Pereira. O uso de dobraduras no ensino de geometria: uma experiência no estudo dos sólidos de Platão. **ForScience:** revista científica do IFMG, Formiga, v. 7, n. 2, e00614, jul./dez. 2019. DOI: 10.29069/forscience.2019v7n2.e614.

[2] **Autor para correspondência:** Lúcia Helena Costa Braz, e-mail: lucia.helena@ifmg.edu.br.

que, normalmente, os alunos possuem muita dificuldade em compreendê-la, havendo, então, “[...] a necessidade de se trabalhar de forma criativa e prática incentivando o aprendizado sem, no entanto, abrir mão das conceituações inerentes ao assunto” (CHAVES, 2013, p. 1).

Ainda de acordo com Chaves (2013), as dificuldades que os alunos apresentam na resolução de exercícios que envolvem geometria espacial referem-se a não compreensão de conceitos de geometria plana. A autora afirma que:

> Essas dificuldades parecem se intensificar quando se começa a trabalhar com objetos tridimensionais, a partir de representações do plano, especialmente em problemas clássicos que envolvam áreas, volumes, planificações e relações entre elementos (vértices, faces e arestas) dos sólidos estudados (CHAVES, 2013, p. 1).

Em relação às dificuldades apresentadas pelos alunos, Rogenski e Pedroso (2015) destacam que muitos apresentam dificuldades na percepção e visualização da geometria espacial e no entendimento das definições da geometria plana.

Diante do exposto, acreditamos que uma possibilidade para o ensino da geometria, que vise a minimizar as dificuldades dos alunos, seja a utilização de dobraduras, pois, de acordo com Guimarães (2015, p. 30), seu uso “[...] é capaz de despertar a criatividade e facilitar o entendimento de conceitos matemáticos, [...] auxilia na aprendizagem, saindo do abstrato e incluindo o concreto com a manipulação de simples pedaços de papel [...]”. A autora destaca que o uso de dobraduras possibilita um cenário de investigação ao afirmar que “a partir da experimentação, é possível gerar uma investigação e levantamento de hipóteses, possibilitando ao educando construir o seu conhecimento” (GUIMARÃES, 2015, p. 30).

Sendo assim, ofertamos um minicurso para os alunos dos 3º anos do Ensino Médio Integrado de uma escola pública da cidade de Formiga (MG), sobre a construção dos Sólidos de Platão com dobraduras, utilizando uma abordagem didática baseada na investigação matemática, a fim de proporcionar o cenário de investigação citado por Guimarães (2015), e também por concordarmos com Ponte, Brocardo e Oliveira (2009), quando estes destacam que atividades de investigação contribuem fortemente para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática, em especial, da geometria.

A atividade teve como objetivo principal construir os Sólidos de Platão por meio de dobraduras buscando, ao longo das construções, relembrar conceitos vistos em geometria plana e que são importantes no estudo da geometria espacial, além de estudar elementos básicos dos Sólidos, como número e tipo de faces, número de arestas e vértices e a Relação de Euler.

2 O USO DO ORIGAMI NO ESTUDO DA GEOMETRIA EUCLIDIANA ESPACIAL

2.1 As dificuldades dos alunos na aprendizagem da geometria espacial

De acordo com Santana e Alves (2009), é importante ensinar a geometria nas salas de aulas, pois ela está presente em tudo: no universo, nos objetos, nas artes, nas edificações e em outras áreas do conhecimento.

Além de ser uma área relevante para a Matemática, Silva e Braz (2017) apontam que a geometria é umas das partes da Matemática que os alunos do Ensino Médio mais possuem dificuldades, principalmente em conceitos da geometria espacial relacionados à visualização e ao conhecimento básico da geometria plana. Quando os alunos se deparam com cálculos de área e volume, muitas vezes apresentam dificuldades em realizá-los, resolve-os de forma mecanizada, sem compreender a sua aplicação em diferentes situações. Isso pode ocorrer devido à defasagem do ensino de geometria presente no Ensino Fundamental, quando ela "nem sempre é apresentada ao aluno inter-relacionada com os demais conteúdos estruturantes, como a álgebra e números, [e assim] torna-se mera ilustração e exemplificação, sem entendimento de conceitos e propriedades" (ROGENSKI; PEDROSO, 2015, p.2, comentário nosso).

Rogenski e Pedroso (2015) afirmam que para progredir na geometria e em seu entendimento, é preciso conhecer o que está presente na realidade e visualizar o que é apresentado tridimensionalmente; entretanto, muitos alunos possuem dificuldades em visualizar e representar os sólidos por possuírem pouco conhecimento da geometria plana.

Silva e Braz (2017, p.10) relatam que:

> Outra provável justificativa para a dificuldade de visualização de sólidos geométricos pode ser o fato de os alunos não terem praticado a construção destes ao longo do Ensino Fundamental [...]. Essa atividade de construir sólidos geométricos é fundamental para compreensão de suas propriedades [...].

Além disto, os autores também apontam "a ausência de recursos pedagógicos que possam auxiliar na visualização dos sólidos geométricos" (SILVA; BRAZ, 2017, p. 8) como sendo um dos fatores que também pode contribuir para as dificuldades que os alunos têm em geometria espacial. Neste sentido, acreditamos que a construção dos sólidos com dobraduras possa ser uma alternativa para suprir esta carência.

2.2 O origami como instrumento para o processo de ensino aprendizagem da geometria espacial

O Origami surgiu no Japão em meados do século VI e, segundo Barreto (2013, p.16) “origami” é uma palavra japonesa composta do verbo dobrar (ori), derivado do desenho de uma mão e, do substantivo papel (kami) com o símbolo representando o desenho de seda. É, portanto, a arte de produzir figuras dobrando papéis”.

O alemão Friedrich Froebel, criador do *Kindergarten* (Jardim de Infância) no século XIX, acreditava que o aprendizado se faz por meio da prática. Foi ele, um dos primeiros educadores a fazer uso das dobraduras em suas práticas pedagógicas (FERRARI, 2008).

Percebe-se que a utilização de dobraduras no processo de ensino e aprendizagem já existe há tempo e, no ensino da Matemática, o uso delas se tornou uma opção para os educadores trabalharem atividades de investigação e manipulação de materiais, estimulando os alunos na busca e construção do conhecimento.

Manso (2008) sugere a utilização do origami no ensino da geometria e aponta, como resultados de seu estudo, que grande parte dos alunos envolvidos em atividades com uso deste recurso:

> [...] (1) conseguiram desenvolver uma aprendizagem consistente, através da organização das ideias; (2) demonstraram entusiasmo por novos desafios e por novas descobertas; (3) desenvolveram a sua capacidade de autocrítica; (4) reconheceram o valor do trabalho em grupo e a importância do papel do professor. (MANSO, 2008, p. iii).

A autora também destaca que o uso da técnica do origami como recurso didático no ensino de geometria proporciona uma melhora considerável no raciocínio dos alunos e, então, estes apresentam menos dificuldades em expressar seus pensamentos.

Robichaux e Rodrigue (2003 *apud* Manso, 2008, p.49), ressaltam que:

> [...] o Origami tem sido usado frequentemente em Geometria para promover o desenvolvimento da interpretação do espaço; fazer conexões multiculturais com ideias matemáticas; além de proporcionar aos alunos uma representação visual de conceitos geométricos tais como: a forma, propriedades das formas, semelhança, congruência e simetria.

Ainda sobre os benefícios do origami no ensino de geometria, Passaroni (2015, p. 118) acredita que seu uso pode propiciar, aos alunos, a oportunidade de refletirem sobre alguns conceitos matemáticos “[...] à medida que, construindo seu próprio material tem a oportunidade de perceber, por meio de suas próprias observações ou pela orientação do professor, propriedades envolvidas nas construções".

Entretanto, Passaroni (2015) alerta que nenhum recurso didático é capaz, por si só, de promover o aprendizado e, desta forma, é importante que, ao propor atividades de construções com origami, estas sejam seguidas por uma análise dos conceitos matemáticos envolvidos nas dobraduras, ou seja, não é o "dobrar por dobrar" que vai fazer do papel um recurso didático.

Nesta perspectiva, neste trabalho foi utilizada a técnica do origami no estudo da geometria espacial por meio de atividades investigativas, pois, assim como Ponte, Brocardo e Oliveira (2009), acredita-se que as propostas de investigação contribuem fortemente para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática, em especial, da geometria. Os autores afirmam que "A Geometria é particularmente propícia, desde os primeiros anos de escolaridade, a um ensino fortemente baseado na exploração de situações de natureza exploratória e investigativa" (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2009, p.71).

As atividades de investigação matemática desenvolvem-se, geralmente, em três etapas, que podem ocorrer numa aula ou em um conjunto de aulas, sendo estas:

> (i) introdução da tarefa, em que o professor faz a proposta à turma, oralmente ou por escrito, (ii) realização da investigação, individualmente, aos pares, em pequenos grupos ou com toda a turma, e (iii) discussão dos resultados, em que os alunos relatam aos colegas o trabalho realizado (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2009, p. 25).

Na Matemática, assim como em qualquer disciplina, o envolvimento ativo do aluno é condição fundamental para a aprendizagem. Ponte, Brocardo e Oliveira (2009, p. 23) destacam que "o aluno aprende quando mobiliza os seus recursos cognitivos e afetivos com vista a atingir um objetivo" e apontam que este "é, precisamente, um dos aspectos fortes das investigações". Os autores acreditam que, ao propor atividades que requeiram a participação do aluno na formulação das questões a serem estudadas, essas atividades tendem a favorecer o seu envolvimento na aprendizagem.

Quanto ao papel do professor em atividades de investigação matemática, Ponte, Brocardo e Oliveira (2009) destacam que o docente continua sendo "elemento-chave mesmo nessas aulas, cabendo-lhe ajudar o aluno a compreender o que significa investigar e aprender a fazê-lo".

3 DESCRIÇÃO DO MINICURSO

O minicurso foi desenvolvido no dia 23 de fevereiro de 2018, dentro da primeira semana dos Cursos de Verão do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Minas Gerais (IFMG) – *Campus* Formiga, no Laboratório de Ensino de Matemática. A escolha deste ambiente se justifica por ele possuir mesas redondas, facilitando assim, a interação entre os grupos e entre os participantes.

O minicurso teve como público alvo os alunos dos 3º anos do Ensino Médio Integrado do *Campus* e, contou com a participação de sete[3] alunos, sendo quatro do Curso Técnico em Informática e três do Curso de Técnico em Eletrotécnica. Os alunos possuíam faixa etária entre 16 anos a 18 anos, todos cursaram o Ensino Fundamental em escolas públicas, três são do sexo feminino e quatro do sexo masculino.

Dentre os sete alunos, apenas dois já participaram de atividades diferenciadas em aulas de Matemática[4] e, sobre aulas com construção de sólidos geométricos com dobraduras, 2 já participaram e um deles afirmou: *"Já participei de uma atividade durante o Programa PIC, da OBMEP"*.

O minicurso, com duração de três horas, teve como objetivo principal construir os Sólidos de Platão por meio de dobraduras buscando, ao longo das construções, relembrar conceitos vistos em geometria plana e que são importantes no estudo da geometria espacial, além de estudar elementos básicos dos sólidos, como número e tipo de faces, número de arestas e vértices e a Relação de Euler.

3.1 Desenvolvimento do minicurso[5]

O minicurso foi dividido em dois momentos: inicialmente, ministrou-se uma aula expositiva dialogada cujo conteúdo era sobre os Sólidos de Platão e, posteriormente, procedeu-se a construção dos Sólidos com dobraduras.

A aula para apresentação dos poliedros foi realizada com o objetivo de que os participantes da proposta conhecessem os Poliedros de Platão, visto que eles ainda não

[3] Para preservar a identidade dos alunos, a referência aos mesmos, no texto, se dará por aluno 1, aluno 2, ..., aluno 7.
[4] Entendemos "atividades diferenciadas em aulas de Matemática" aquelas que façam uso de qualquer material didático que não seja apenas livro e quadro como, por exemplo, uso de material didático manipulável ou não e/ou jogo.
[5] Toda a atividade foi organizada tendo por base a referência Lucas (2013).

haviam estudado, na disciplina de Matemática, este conteúdo abordado na geometria espacial no 3º ano do Ensino Médio Integrado do IFMG - *Campus* Formiga.

A explicação foi realizada de forma expositiva e dialogada, pois concordamos com Anastasiou e Alves (2009, p. 86, *apud* COIMBRA, 2016, p. 5), quando estes afirmam que:

> A aula expositiva dialogada é uma estratégia que vem sendo proposta para superar a tradicional palestra docente. Há grandes diferenças entre elas, sendo que a principal é a participação do estudante, que terá suas observações consideradas, analisadas, respeitadas, independentemente da procedência e da pertinência das mesmas, em relação ao assunto tratado.

Abordamos, nesta aula, as definições de poliedros, faces, arestas, vértices, poliedros regulares, poliedros não regulares e, por fim, a definição de Poliedros de Platão.

Para a aplicação da atividade, os alunos foram divididos em dois grupos, sendo um grupo de três alunos e o outro de quatro. A escolha para dividi-los em grupos pode ser justificada por Moran, Masetto e Behrens (2000, p. 143), pois estes apontam que “A ênfase no processo de aprendizagem exige que se trabalhe com técnicas que incentivem a participação dos alunos, a interação entre eles, o debate, o diálogo, que promovam a produção do conhecimento [...]”.

As pesquisadoras se organizaram para apresentarem a construção dos poliedros com dobraduras da seguinte forma: enquanto uma se colocava à frente dos alunos para realizar e mostrar o passo a passo das construções – que foi feito com uso de *slides*, através do *Datashow* – e intercalando as investigações, as demais se sentavam nas mesas, junto com os alunos, realizando, com eles, as dobraduras e os auxiliando em suas dúvidas.

Martins (1997, p. 121 *apud* Manso, 2008, p. 64) defende que no processo interativo o que é importante não é a “a figura do professor ou do aluno, mas é o campo interativo criado – onde ocorrem as transformações e se estabelecem as ações partilhadas, onde a construção do conhecimento se dá de forma conjunta”.

No segundo momento, iniciamos as dobraduras com a construção do módulo do hexaedro e sua montagem; para isto, seguimos o roteiro de construção do apêndice A. Desde esta primeira construção já notou o interesse e a curiosidade despertada nos alunos, além do envolvimento de cada um no trabalho em grupo, onde um sempre ajudava o outro quando eram apresentadas dificuldades em relação às dobras.

Em seguida, construímos o módulo do dodecaedro[6] e, então, o montamos. Em razão do tempo, solicitamos que cada grupo construísse apenas um dodecaedro, logo cada aluno chegou a confeccionar até quatro módulos. Os alunos não apresentaram nenhuma dificuldade durante essa construção.

Para finalizar as construções, trabalhamos com o módulo triangular, que é utilizado para a montagem do tetraedro, do octaedro e do icosaedro. Devido ao tempo de realização de atividade, cada grupo construiu módulos suficientes para a montagem do tetraedro e do octaedro, ficando como sugestão, que fizessem os módulos triangulares em casa e montassem o icosaedro.

Finalizadas as construções, conforme sugere Lucas (2013), pedimos aos alunos que, em grupo, resolvessem uma atividade sobre os Sólidos de Platão (anexo A). Como eles não haviam realizado a montagem do icosaedro, disponibilizamos este sólido em acrílico para que pudessem resolvê-la.

Por fim, solicitamos aos alunos que respondessem a um questionário com a finalidade de avaliarmos a opinião destes acerca da atividade proposta.

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os resultados encontrados foram obtidos por meio dos registros feitos pelos alunos na atividade, da nossa observação, dos questionamentos levantados e das respostas apresentadas no questionário[7] de avaliação da atividade.

Quanto às investigações da geometria plana que foram propostas durante a realização da atividade, notamos o domínio dos alunos. Houve dúvida apenas no questionamento sobre a definição de paralelogramo. Os alunos identificaram a figura formada nas dobraduras como sendo um paralelogramo, mas não souberam defini-lo, ou seja, apresentaram uma dificuldade conceitual. Corroborando nossa observação, Dionízio e Brandt (2011) apontam que uma das dificuldades de aprendizagem de conteúdos matemáticos está na falta de conceitualização, por parte dos alunos, dos objetos matemáticos.

---

[6] Conforme já dito anteriormente, para organização da atividade, tomamos, por base, a dissertação de Lucas (2013). Não apresentamos todos os passos das construções. Como se pode ver no apêndice A, mudamos pouca coisa em relação à dissertação de Lucas (2013) e acrescentamos questionamentos ao longo das construções.

[7] Os critérios para a escolha das respostas apresentadas pelos alunos foram: a) Respostas com justificativas; b) Respostas que permitissem fazer conexão com o levantamento bibliográfico apresentado no relato de experiência; c) Coerência da resposta do aluno à pergunta feita.

Acreditamos que um dos objetivos das investigações propostas durante a realização das dobraduras – rever elementos e conceitos básicos de geometria – tenha sido alcançado. Nesse sentido, o aluno 6 relatou:

2) Qual a sua opinião sobre a utilização de dobraduras no ensino da geometria?

É uma estratégia muito válida, pois permite identificar os conceitos básicos da geometria, além de provocar uma desenvoltura na observação de ângulos e outros conceitos.

Figura 1 – Registro do aluno 6 à pergunta 2 do questionário
Fonte: Imagem digitalizada pelas autoras.

4.1 Análise dos registros feitos pelos alunos

Analisando os registros feitos pelos alunos na atividade proposta após as construções dos sólidos, verificamos, na questão um, que apenas um aluno cometeu erro, conforme mostra a figura abaixo.

Nome	Tipo de Face	Número de Faces(F)	Número de Arestas (A)	Número de Vértices (V)
Tetraedro	T c	4 c	6 c	4 c
Hexaedro	Q c	6 c	12 c	8 c
Octaedro	T c	8 c	12 c	6 c
Dodecaedro	P c	10	30 c	20 c
Icosaedro	T c	12	30 c	12 c

Figura 2 – Registro do aluno 5 na questão 1 da atividade
Fonte: Imagem digitalizada pelas autoras.

O erro na questão 1, levou esse aluno a cometer erro também na questão 2, ao verificar a Relação de Euler.

Nome	$V - A + F = 2$
Tetraedro	4 - 6 + 4 = 2 c
Hexaedro	6 - 12 + 8 = 2 c
Octaedro	8 - 12 + 6 = 2 c
Dodecaedro	10 - 30 + 20 = 2
Icosaedro	12 - 30 + 30 = 2

Figura 3 – Registro do aluno 5 na questão 2 da atividade
Fonte: Imagem digitalizada pelas autoras.

Os demais alunos apresentaram respostas corretas nas duas questões. Destacamos, abaixo, duas respostas apresentadas pelos alunos na questão 2.

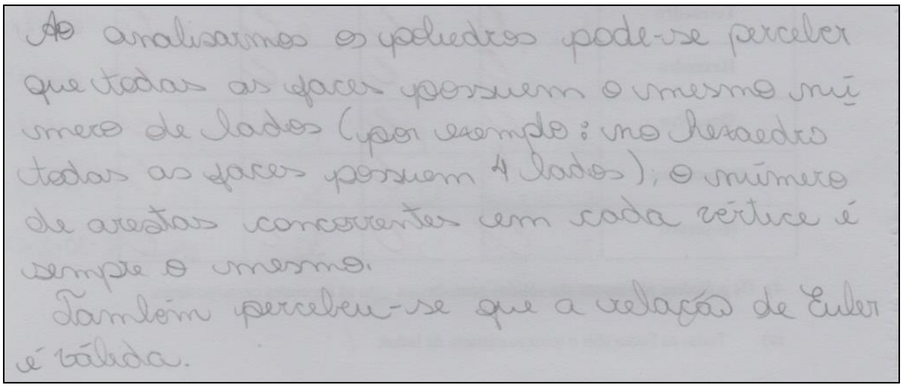

Ao analisarmos os poliedros pode-se perceber
que todas as faces possuem o mesmo nú
mero de lados (por exemplo: no hexaedro
todas as faces possuem 4 lados); o número
de arestas concorrentes em cada vértice é
sempre o mesmo.
Também percebeu-se que a relação de Euler
é válida.

Figura 4 – Registro do aluno 2 na questão 2 da atividade
Fonte: Imagem digitalizada pelas autoras.

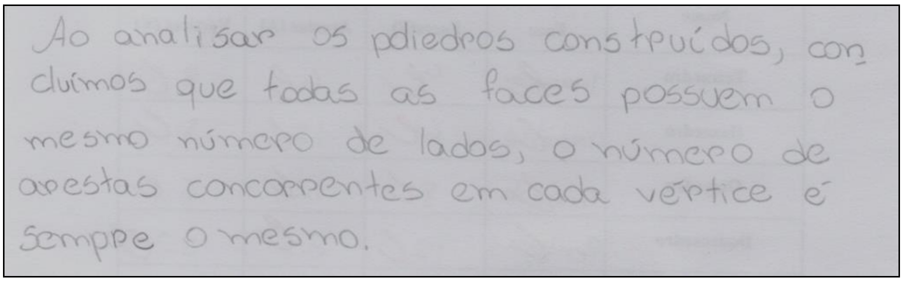

Ao analisar os poliedros construídos, con
cluímos que todas as faces possuem o
mesmo número de lados, o número de
arestas concorrentes em cada vértice é
sempre o mesmo.

Figura 5 – Registro do aluno 3 na questão 2 da atividade
Fonte: Imagem digitalizada pelas autoras.

4.2 Análise da atividade realizada

Após a realização da atividade, buscamos identificar o que os alunos acharam, levando em consideração as respostas por eles apresentadas no questionário de avaliação da atividade.

Quanto aos questionamos sobre a atividade com dobraduras, alguns afirmaram que é uma maneira diferente de aprender, que tiveram a oportunidade de ter os sólidos em mãos para analisá-los e também destacaram a motivação para a aprendizagem. A seguir, destacamos a opinião de um aluno.

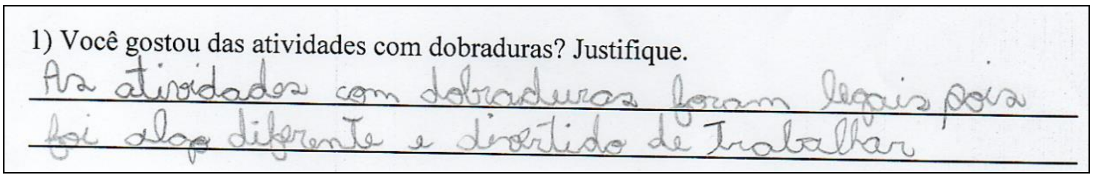

1) Você gostou das atividades com dobraduras? Justifique.
As atividades com dobraduras foram legais pois
foi algo diferente e divertido de trabalhar

Figura 6 – Resposta do aluno 5 à pergunta1 do questionário
Fonte: Imagem digitalizada pelas autoras.

Percebemos o envolvimento dos alunos com a atividade, tanto que, ao término do minicurso, dois alunos do segundo ano permaneceram no Laboratório de Ensino de Matemática para finalizar a construção do icosaedro. Eles relataram que essa montagem era a mais interessante e divertida de todas, justificando assim, a permanência dos mesmos após o minicurso ter finalizado.

Foi possível notar que o uso das dobraduras na atividade de geometria contribuiu para a aprendizagem dos alunos, corroborando com Manso (2008) acerca da motivação despertada e sua contribuição para o processo de ensino e aprendizagem, e coerente com a afirmação de Passaroni (2015) sobre o professor usar as dobraduras no ensino de geometria, proporcionando, aos alunos, perceberem "(...) por meio de suas próprias observações ou pela orientação do professor, propriedades envolvidas nas construções" (PASSARONI, 2015, p. 118). Neste sentido, o aluno 7 relata que a atividade os colocou para "quebrarem a cabeça".

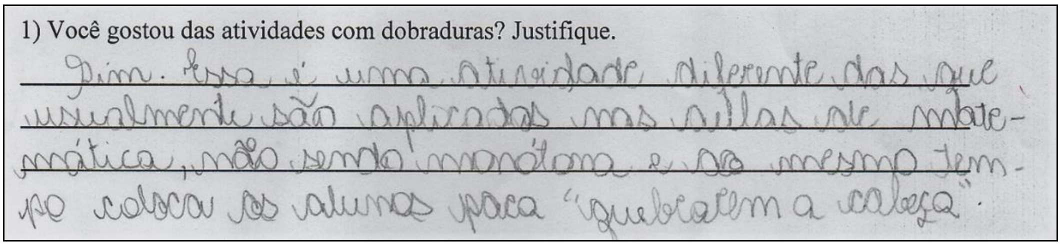

1) Você gostou das atividades com dobraduras? Justifique.
Sim. Essa é uma atividade diferente das que usualmente são aplicadas nas aulas de matemática, não sendo monótona e ao mesmo tempo coloca os alunos para "quebrarem a cabeça".

Figura 7 – Registro do aluno 2 na questão 1 do questionário
Fonte: Imagem digitalizada pelas autoras.

Além da contribuição para o processo de ensino e aprendizagem ocasionada pela motivação que o uso de atividades diferenciadas em sala de aula, como as dobraduras, desperta nos alunos, o relato abaixo chama a atenção, pois vai ao encontro da afirmação de Gazire (2000) referente ao abandono da geometria nas escolas. A autora aponta que a geometria é, reconhecidamente, um assunto importante para a formação matemática dos indivíduos, no entanto, cada vez mais os professores deixam de abordar esse conteúdo em suas aulas.

Esse aluno destaca que a geometria "*é um tema não abordado ou aprofundado nas aulas*".

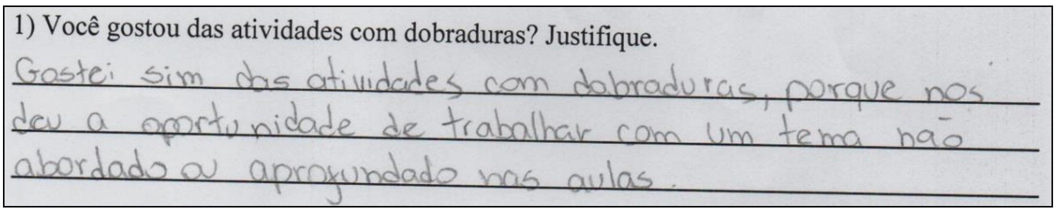
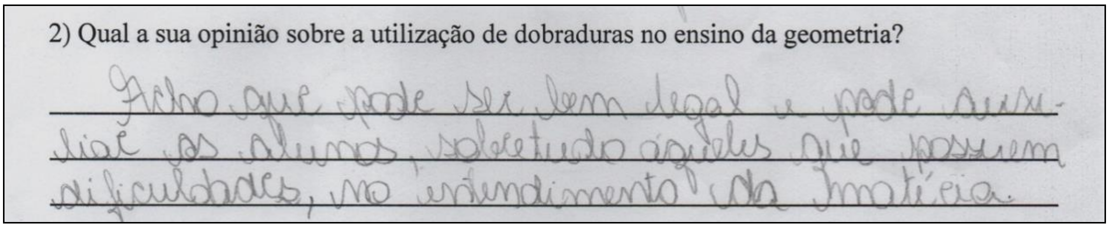

1) Você gostou das atividades com dobraduras? Justifique.
Gostei sim das atividades com dobraduras, porque nos deu a oportunidade de trabalhar com um tema não abordado ou aprofundado nas aulas.

Figura 8 – Resposta do aluno 3 à pergunta 1 do questionário
Fonte: Imagem digitalizada pelas autoras.

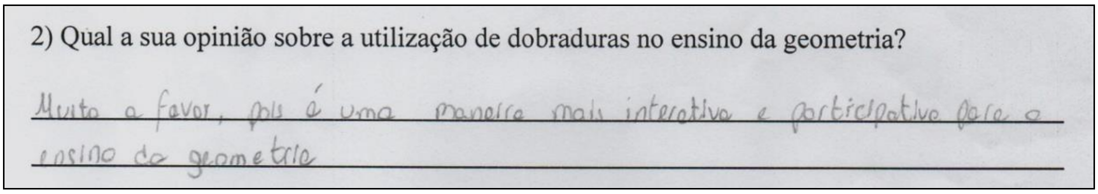
Quando questionamos os alunos sobre a utilização de dobraduras no ensino de geometria, alguns afirmaram que é uma maneira diferente de estudar, é interativa, destacaram a natureza lúdica da atividade e que esta pode ajudar os que têm mais dificuldade, conforme os relatos abaixo.



2) Qual a sua opinião sobre a utilização de dobraduras no ensino da geometria?

Acho que pode ser bem legal e pode auxiliar os alunos, sobretudo aqueles que possuem dificuldades, no entendimento da matéria.

Figura 9 – Registro do aluno 2 na questão 2 do questionário
Fonte: Imagem digitalizada pelas autoras.



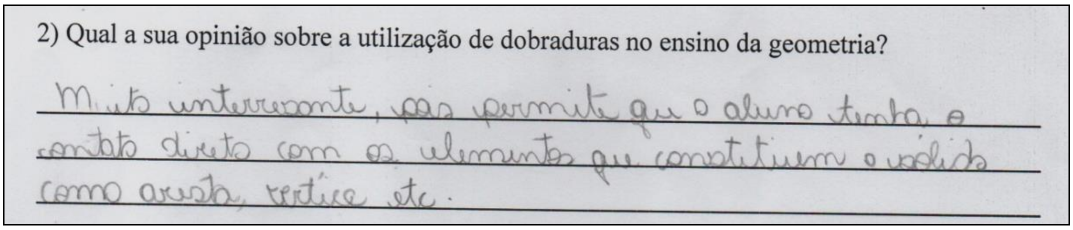
2) Qual a sua opinião sobre a utilização de dobraduras no ensino da geometria?

Muito a favor, pois é uma maneira mais interativa e participativa para o ensino da geometria

Figura 10 – Registro do aluno 1 na questão 2 do questionário
Fonte: Imagem digitalizada pelas autoras.

A opinião do aluno 2 vai ao encontro da afirmação de Manso (2008), sobre cada um ter uma maneira diferente de aprender e trabalhar a geometria, onde uns possuem mais facilidade em assimilar os conteúdos e outros só conseguem aprender de forma visual. Já a opinião do aluno 1 corrobora com o destaque de Riess (2010, p. 14) para a interação ocasionada pelo trabalho em grupo: “O trabalho em grupo proporciona uma interação entre as pessoas a partir da qual elas tanto aprendem como são sujeitos do saber, mesmo que seja apenas pelo fato da sua experiência de vida; dessa forma, ao mesmo tempo em que aprendem, ensinam”.

Outro relato de aluno (Figura 11) destaca que a dobradura permite uma relação próxima com os elementos que compõem o sólido. Neste sentido, Barreto (2013, p. 20) acredita que as dobraduras são um excelente meio de desenvolver a “comunicação matemática”. O autor afirma que “Dobrando e desdobrando papéis podemos observar por meio dos vincos formados: retas, ângulos, simetrias e figuras geométricas. Podemos reconhecer e analisar propriedades de figuras geométricas, utilizar a visualização [...]”.


2) Qual a sua opinião sobre a utilização de dobraduras no ensino da geometria?

Muito interessante, pois permite que o aluno tenha o contato direto com os elementos que constituem o sólido como aresta, vértice etc.

Figura 11 – Registro do aluno 7 na questão 2 do questionário
Fonte: Imagem digitalizada pelas autoras.

Como futuras professoras de Matemática, entendemos que os resultados apresentados na atividade com a utilização de dobraduras nos incentivam a utilizar tal recurso no ensino da Matemática, porque além do caráter lúdico, pode ser uma ferramenta para a prática pedagógica no ensino da geometria.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Consideramos que o desenvolvimento da atividade com dobraduras gerou resultados satisfatórios. Os objetivos colocados para o minicurso – construir os Sólidos de Platão por meio de dobraduras buscando, ao longo das construções, relembrar alguns conceitos da geometria plana, além de estudar elementos básicos dos Sólidos e a Relação de Euler – foram alcançados, o que pôde ser verificado pelos registros feitos pelos alunos e pelas respostas, por eles dadas, às perguntas do questionário de avaliação da atividade.

Destacamos, também, a motivação dos alunos para a aprendizagem, a participação ativa durante o desenvolvimento da proposta, a socialização entre os colegas e a mudança na postura do docente, que de detentor do conhecimento passou a mediador da aprendizagem dos alunos (experiência vivenciada pelas pesquisadoras envolvidas na atividade).

Acreditamos que apenas a construção dos Sólidos não seja suficiente. Os questionamentos[8] realizados durante as dobraduras são fundamentais para que os objetivos sejam alcançados, caso contrário, a atividade resultaria em dobrar por dobrar, sem a investigação dos conceitos matemáticos envolvidos em cada dobra.

Por fim, destacamos que, além de os objetivos terem sido alcançados, a experiência foi enriquecedora para a formação das futuras docentes, que tiveram a oportunidade de trabalhar com uma atividade diferenciada em sala de aula e identificar seus benefícios enquanto ainda estão no processo de formação.

[8] Alguns dos questionamentos podem ser vistos no apêndice A.

THE USE OF FOLDING IN GEOMETRY EDUCATION: AN EXPERIENCE IN THE STUDY OF PLATO SOLIDS

ABSTRACT

The current work presents the report of an experiment on the use of folds as didactic resource for the teaching of geometry in Basic Education lived in a mini course. The main objective of the proposal was to construct Plato's Solids by means of folds, looking for, throughout the constructions, to remember concepts seen in flat geometry and that are important in the study of the spatial geometry, besides studying basic elements of the Solids, such as number and type of faces, number of edges and vertices, and Euler's Relation. The activity was developed with students of the 3rd year of High School in a public school of the federal network of the city of Formiga (MG). The results showed that the use of folding in the classroom with an in investigative approach enabled a playful work of geometry, students' motivation for learning, active participation during the development of the activity, socialization among colleagues and change in posture of the teacher who, from knowledge holder became the mediator of student learning (experience experienced by the researchers involved in the activity).

Keywords: Geometry. Plato's solids. Origami. Mathematical research.

REFERÊNCIAS

BARRETO, Carlos Alberto. **A Geometria do origami como ferramenta para o ensino da Geometria Euclidiana na Educação Básica**. 2013. 85 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal de Sergipe, São Cristóvão, 2013. Disponível em: https://ri.ufs.br/bitstream/riufs/6503/1/CARLOS_ALBERTO_BARRETO.pdf. Acesso em: 16 jan. 2018.

CHAVES, Juliana de Oliveira. **Geometria espacial no ensino fundamental:** uma reflexão sobre as propostas metodológicas. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, 2013. Disponível em: http://www.locus.ufv.br/handle/123456789/5879. Acesso em: 20 fev. 2018.

COIMBRA, Camila Lima. A aula expositiva dialogada em uma perspectiva freireana. *In*: FORMAÇÃO E DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL DE PROFESSORES DO ENSINO SUPERIOR, 7., 2016. Uberlândia. ***Anais*** [...]. Uberlândia: Universidade Federal de Uberlândia, 2016. p. 1-13. Disponível em: http://200.145.6.217/proceedings_arquivos/ArtigosCongressoEducadores/6495.pdf. Acesso em: 18 fev. 2018.

DIONÍZIO, Fátima Queiroz; BRANDT, Célia Finck. Análise das dificuldades apresentadas pelos alunos do ensino médio em trigonometria. *In*: CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO (EDUCERE), X., 2011. Curitiba. Seminário Internacional de Representações Sociais, Subjetividade e Educação. **Anais** [...]. Curitiba: PUCPR, 2011, 14p. Disponível em: http://educere.bruc.com.br/CD2011/ pdf/4728_2885.pdf. Acesso em: 17 jan. 2018.

FERRARI, Márcio. Friedrich Froebel, o formador das crianças pequenas. **Revista Nova Escola**, São Paulo, v. 22, (Edição Especial), p. 221-243, jul. 2008. Disponível em:

https://novaescola.org.br/conteudo/96/friedrich-froebel-o-formador-das-criancas-pequenas. Acesso em: 16 jan. 2018.

GAZIRE, Eliane Scheid. **O não resgate das geometrias.** 2000. 119 f. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2000. Disponível em: http://bdtd.ibict.br/vufind/Record/CAMP_1394fb3b98b560a7876f893a48a99e7e. Acesso em: 20 mar. 2018.

GUIMARAES, Viviane Guerra. **Ensinando a geometria euclidiana no ensino fundamental por meio de recursos manipuláveis.** 2015. 82 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, 2015. Disponível em: http://www.locus.ufv.br/handle/123456789/8389. Acesso em: 18 jan. 2018.

LUCAS, Eliane dos Santos Corsini. **Uma abordagem didática para a construção dos poliedros regulares e prismas utilizando origami**. 2013. 86 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal de Lavras, Lavras, 2013.

MANSO, Roberta Lucena Duarte. **Origami:** uma abordagem pedagógica para o ensino de geometria no 9.º Ano. 2008. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade de Lisboa, Lisboa, 2008. Disponível em: http://repositorio.ul.pt/handle/10451/1282. Acesso em: 16 jan. 2018.

MORAN, José Manuel; MASETTO, Marcos T.; BEHRENS, Marilda Aparecida. **Novas tecnologias e mediação pedagógica.** 13. ed. Campinas: Papirus, 2000.

PASSARONI, Luiz Claudio de Sousa. **Construções geométricas por dobraduras (ORIGAMI):** Aplicações ao Ensino Básico. 131 f. 2014. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2015. Disponível em: http://bdtd.ibict.br/vufind/Record/UERJ_0bd75d341378fca5a805831492e54892. Acesso em: 17 jan. 2018.

PONTE, João Pedro da; BROCARDO, Joana; OLIVEIRA, Hélia. **Investigações matemáticas na sala de aula.** 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2009. 145 p.

RIESS, Maria Luiza Ramos. **Trabalho em grupo**: instrumento mediador de socialização e aprendizagem. 2010. Trabalho de Conclusão de Curso – (Licenciatura em Pedagogia) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2010. Disponível em: https://lume.ufrgs.br/handle/10183/35714. Acesso em: 20 mar. 2018.

ROGENSKI, Maria Lucia Cordeiro; PEDROSO, Sandra Mara Dias. **O ensino da geometria na educação básica:** realidade e possibilidades. 2015. P. 4-17. Disponível em: https://scholar.google.com.br/scholar?hl=ptBR&as_sdt=0%2C5&q=O+ENSINO+DA+GEOMETRIA+NA+EDUCA%C3%87AO+B%C3%81SICA%3A+REALIDADE+E+POSSIBILIDADES&btnG=. Acesso em: 13 jan. 2017.

SANTANA, Eduardo Pereira de; ALVES, Eduardo. **A dificuldade de ensinar geometria**. Artigos, 2009. Disponível em: http://www.administradores.com.br/artigos/cotidiano/a-dificuldade-de-ensinar-geometria/55118/. Acesso em: 08 jan. 2018.

SILVA, Marina Andrade Alves da; BRAZ, Lúcia Helena Costa. **Geometria espacial no ensino médio:** investigação sobre as dificuldades no ensino-aprendizagem. *In*: VII CONGRESSO INTERNACIONAL DE ENSINO DA MATEMÁTICA, 2017. Canoas. **Anais** [...]. Canoas: ULBRA, 2017.

APÊNDICE A – Roteiro de construção do módulo do hexaedro e sua montagem[9]

Construção 1: Hexaedro regular ou cubo regular

Construção do módulo

Passo 1: Partindo de um recorte de um quadrado ABCD, faça uma dobra de modo a coincidir os lados *AB* e CD.

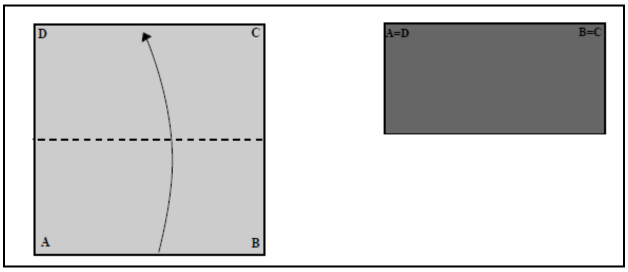


Figura 12 – Passo 1 da montagem do módulo do hexaedro
Fonte: Lucas (2013, p. 38) (reduzida).

- Estamos *trabalhando com uma folha que tem o formato de um quadrado, mas o que é um quadrado? O quadrado é um retângulo? Por quê? O retângulo é um quadrado? Por quê?*
- *Desfaça a dobra que acabamos de fazer. Ela determina a mediatriz do lado AD. Vocês se lembram o que é a mediatriz de um segmento?*

Passo 2: Faça duas dobras levando os lados AB e CD até a dobra determinada no passo 1.

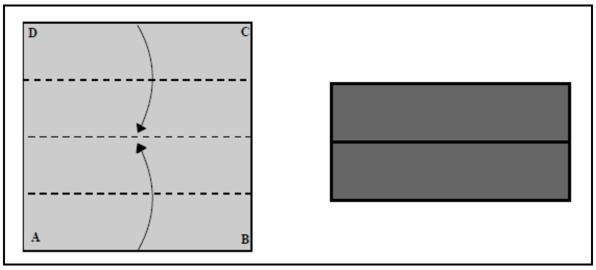


Figura 13 – Passo 2 da montagem do módulo do hexaedro
Fonte: Lucas (2013, p. 38) (reduzida).

[9] Este roteiro foi organizado tendo por base a dissertação de Lucas (2013). Acrescentamos, ao longo das construções, alguns questionamentos a fim de promover a investigação e as discussões durante a atividade.

Passo 3: Mantendo um dos vértices fixo, dobre de modo a formar um triângulo retângulo, conforme a figura.

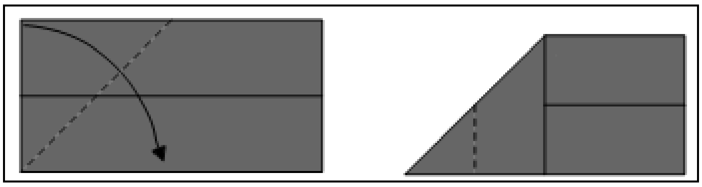


Figura 14 – Passo 3 da montagem do módulo do hexaedro
Fonte: Lucas (2013, p. 38) (reduzida).

- *Com esta dobra, determinamos um triângulo retângulo. Vocês o veem na figura? O que é um triângulo retângulo?*

Passo 4: Proceda da mesma forma que no passo anterior, porém agora com o vértice oposto, obtendo um paralelogramo cuja base é a metade do lado do quadrado inicial.

- *O triângulo que obtivemos agora também é retângulo?*
- *Obtivemos um paralelogramo, que também é um quadrilátero. O que caracteriza um paralelogramo?*

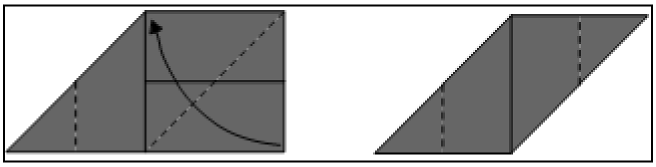


Figura 15 – Passo 4 da montagem do módulo do hexaedro
Fonte: Lucas (2013, p. 39) (reduzida).

Passo 5: Desdobre. Observe que se terá nas extremidades dos vincos, duas abas (cinza) que formam triângulos retângulos.

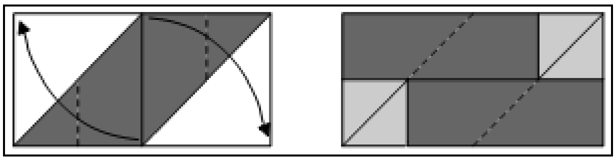


Figura 16 – Passo 5 da montagem do módulo do hexaedro
Fonte: Lucas (2013, p. 39) (reduzida).

Passo 6: Dobre colocando estes triângulos para dentro.

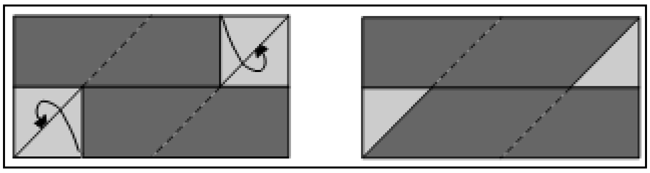


Figura 17 – Passo 6 da montagem do módulo do hexaedro
Fonte: Lucas (2013, p. 39) (reduzida).

Passo 7: Proceda conforme o passo 3, mas de forma a colocar o vértice do triângulo dentro da parte inferior da peça.

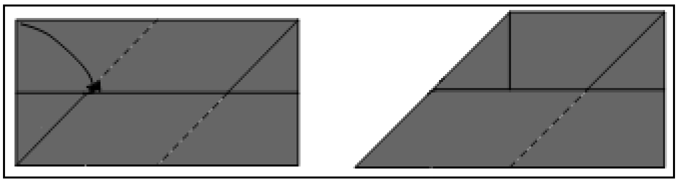


Figura 18 – Passo 7 da montagem do módulo do hexaedro
Fonte: Lucas (2013, p. 40) (reduzida).

Passo 8: Proceda conforme o passo 7, mas de forma a colocar o vértice do triângulo dentro da parte superior da peça.

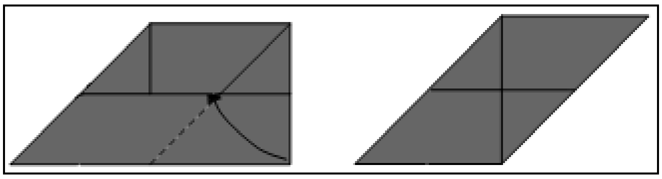


Figura 19 – Passo 8 da montagem do módulo do hexaedro
Fonte: Lucas (2013, p. 40) (reduzida).

Passo 9: Vire o módulo.

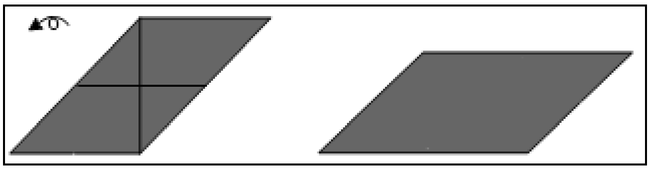


Figura 20 – Passo 9 da montagem do módulo do hexaedro
Fonte: Lucas (2013, p. 40) (reduzida).

Passo 10: Faça uma dobra de modo que coincida os dois vértices da base do paralelogramo. Proceda da mesma forma para os vértices superiores do paralelogramo.

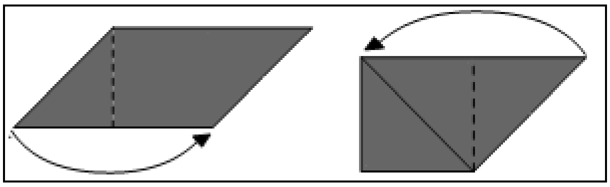


Figura 21 – Passo 10 da montagem do módulo do hexaedro
Fonte: Lucas (2013, p. 40) (reduzida).

- *Qual figura geométrica formamos?*
- *Notamos que dois triângulos retângulos sobrepõem o quadrado. O que podemos dizer a respeito das áreas dos triângulos e do quadrado?*

Passo 11: Desfaça o último passo.

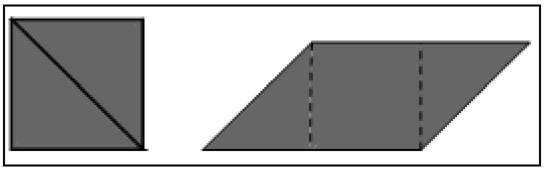


Figura 22 – Passo 11 da montagem do módulo do hexaedro
Fonte: Lucas (2013, p. 41) (reduzida).

Ao virar o módulo, notaremos que o quadrado possui dois bolsos. Estes servirão para o encaixe das abas dos módulos.

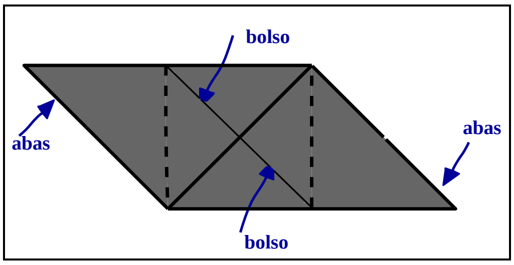


Figura 23 – Módulo do hexaedro
Fonte: Lucas (2013, p. 41) (reduzida).

Montagem do hexaedro

- *Quantos módulos serão necessários para a montagem do hexaedro? Por quê?*

Devemos encaixar as abas de um módulo nos bolsos de outro módulo, tomando cuidado para não deixarmos nenhuma aba sem encaixar nem bolsos sem abas. Serão necessários seis módulos.

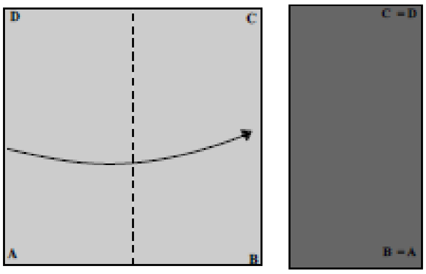
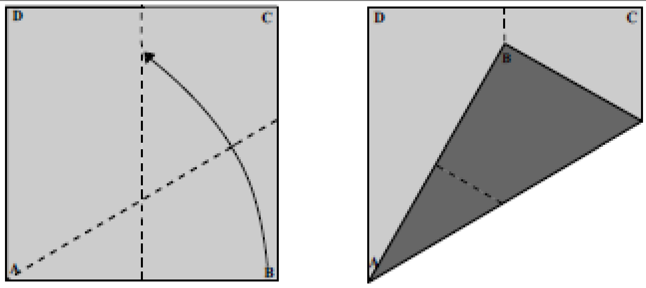
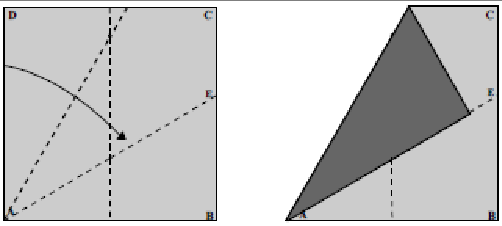
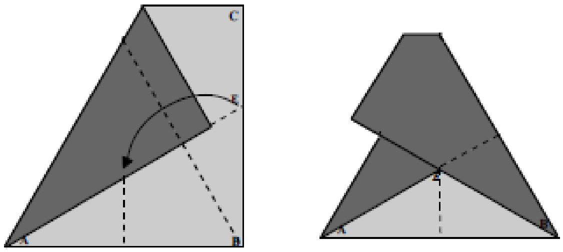
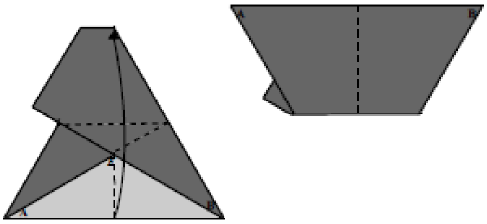
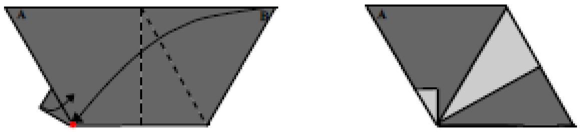
Cada grupo deverá confeccionar 6 módulos e, então, montar um hexaedro. É sugerido nessa montagem que faça grupos de 6 alunos para que cada um faça duas faces.

Neste momento iniciaremos a atividade 2, onde iremos construir o primeiro sólido de faces triangulares, sendo este o Tetraedro. Aprendido o modo de como construir cada face, o aluno terá a capacidade em montar outros poliedros de faces triangulares. Esta atividade terá três tópicos, o primeiro será a construção dos módulos (faces), sendo necessárias 4 faces ao todo, o segundo tópico é a montagem com passo a passo dos encaixes, para que possamos unir face a face e por fim, a montagem do sólido.

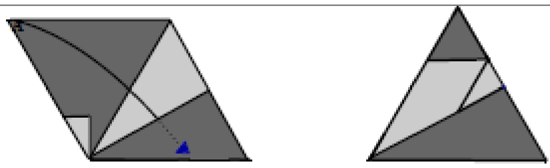
A seguir, apresentamos apenas as imagens[10] das dobras para se obter a face triangular e o módulo de encaixe.

[10] Todas as imagens são de Lucas, 2013, pp. 44-49. Optamos por apresentar estas imagens em forma de tabela e sem a escrita dos passos devido à limitação de páginas.

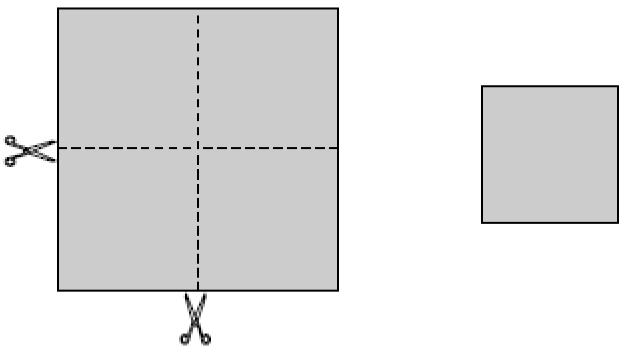
Módulo triangular

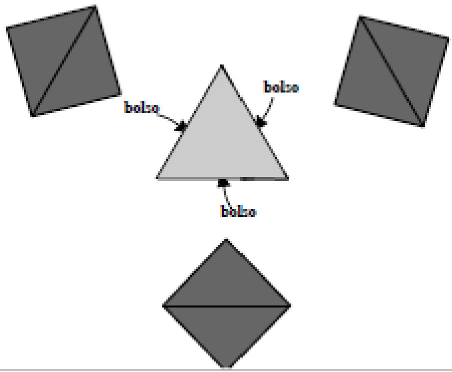
Passo 1	Passo 2
	
Passo 3	Passo 4
	
Passo 5	Passo 6
	

Passo 7



Módulo de encaixe

Passo 1	Passo 2
	

Passo 3	Passo 4
	
Forma de encaixe	

Anexo A – Atividade aplicada após as construções[11]

1) Analisando os poliedros de Platão, preencha a tabela:

Nome	Tipo de Face	Número de Faces(F)	Número de Arestas (A)	Número de Vértices (V)
Tetraedro				
Hexaedro				
Octaedro				
Dodecaedro				
Icosaedro				

2) Os poliedros platônicos são sólidos geométricos com as seguintes características:

i) Todas as faces têm o mesmo número de lados; **ii)** O número de arestas concorrentes em cada vértice é sempre o mesmo; **iii)** Vale a relação de Euler $V - A + F = 2$, sendo V o número de vértices, A o número de arestas e F o número de faces.

Verifique se realmente estas três condições são válidas para os poliedros de Platão.

Nome	$V - A + F = 2$
Tetraedro	
Hexaedro	
Octaedro	
Dodecaedro	
Icosaedro	

[11] Fonte: Lucas, 2013, p. 62 (com pequenas alterações).

DADOS DOS AUTORES

Lúcia Helena Costa Braz
E-mail: lucia.helena@ifmg.edu.br
Currículo Lattes: http://lattes.cnpq.br/8127215627397170
Mestra Profissional em Matemática pela Universidade Federal de Lavras (UFL) e docente efetiva do Curso de Licenciatura em Matemática no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Minas Gerais (IFMG) - Campus Formiga.

Álida Rinara Souza Morais
E-mail: alidarinara2012@gmail.com
Currículo Lattes: http://lattes.cnpq.br/6743075844507381
Graduanda em Licenciatura em Matemática pelo IFMG – Campus Formiga

Clara Coimbra de Freitas Alves
E-mail: claracoimbra@hotmail.com
Currículo Lattes: http://lattes.cnpq.br/2935224520897105
Graduanda em Licenciatura em Matemática pelo IFMG – Campus Formiga

Thayná Pereira Vieira
E-mail: thaynavieira2012@gmail.com
Currículo Lattes: http://lattes.cnpq.br/4242060131359448
Graduanda em Licenciatura em Matemática pelo IFMG – Campus Formiga